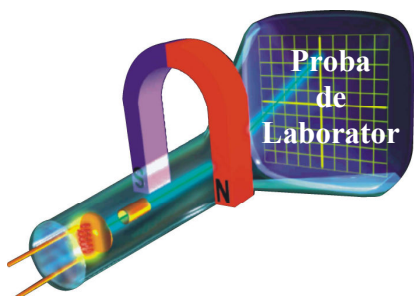


OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ

Rm. Vâlcea, 1 - 6 februarie 2009

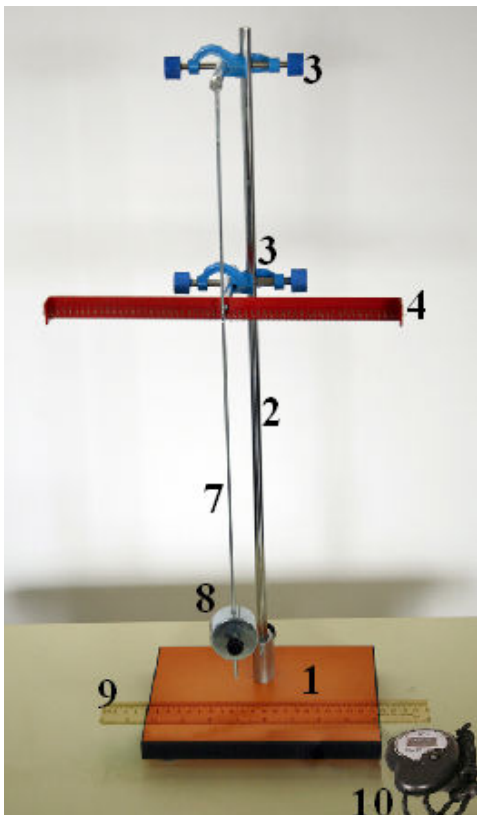


2 februarie 2009

Lucrarea B

Determinarea constantei de elasticitate a unui resort

Barem de notare

Lucrarea B	Parțial	Punctaj
B. Barem de notare - Lucrarea B 1) Se realizează montajul din figura 1, reprezentat schematic în figura 2 		10
Fig. 1		

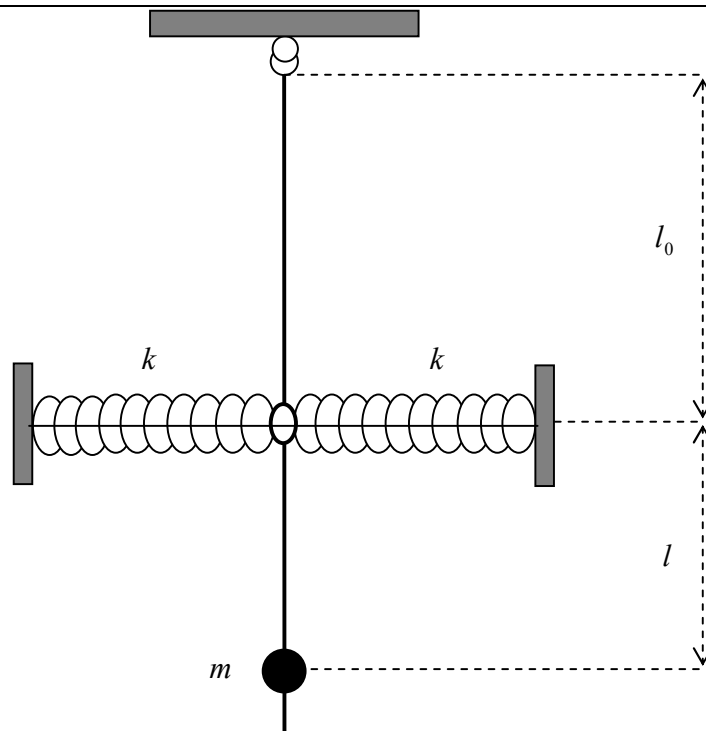


Fig. 2

2) Pentru o deviație unghiulară mică, α , corespunzător căreia cele două resorturi s-au deformat, unul prin comprimare și celălalt prin întindere, ambele rămânând însă orizontale, așa cum indică figura 3, rezultă:

$$y = l_0 \sin \alpha \approx l_0 \alpha;$$

$$E_{\text{potentia de deformare}} = 2 \frac{ky^2}{2} = ky^2 = kl_0^2 \alpha^2 = E_{\text{pd}}.$$

Am considerat că, atunci când pendulul este în poziția de echilibru, cele două resorturi sunt nedeformate, astfel încât, în timpul oscilațiilor pendulului, unul dintre resorturi este deformat prin întindere, iar al doilea este deformat prin comprimare, cu cantități identice.

Corespunzător aceleiași poziții, energia potențială gravitațională a sistemului este:

$$E_{\text{potentia gravitațională}} = mgh = mg[(l_0 + l) - (l_0 + l)\cos \alpha];$$

$$E_{\text{pg}} = mg(l_0 + l)(1 - \cos \alpha) = 2mg(l_0 + l)\sin^2 \frac{\alpha}{2};$$

$$E_{\text{pg}} \approx mg(l_0 + l)\frac{\alpha^2}{2}.$$

În aceste condiții, energia potențială totală a sistemului este:

$$E_p = \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2} \right] \alpha^2.$$

De asemenea, energia cinetică a pendulului, în starea considerată, este:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(l_0 + l)^2 \Omega^2}{2},$$

unde Ω este viteza unghiulară instantanee a corpului de pe tija pendulului, în mișcarea sa circulară;

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \alpha';$$

$$E_c = \frac{m(l_0 + l)^2}{2} (\alpha')^2.$$

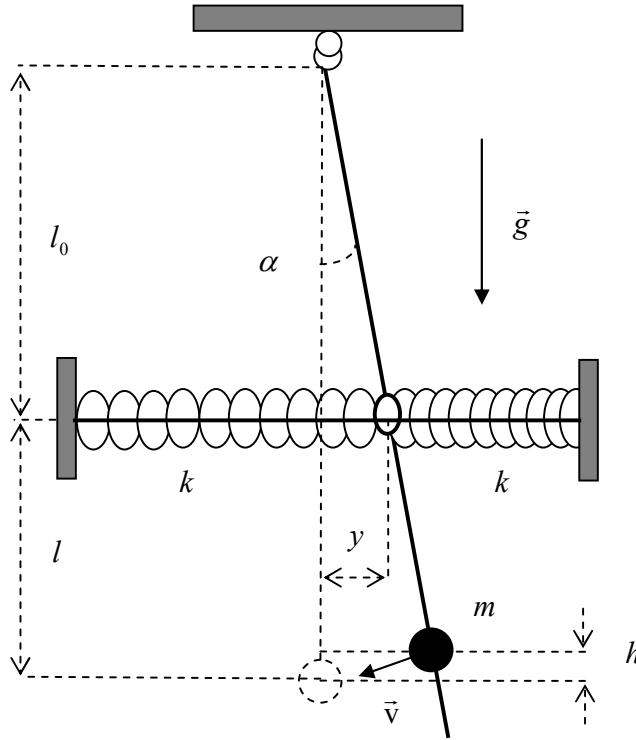


Fig. 3

Admițând că oscilațiile sunt neamortizate, energia totală a sistemului este constantă în timpul oscilațiilor:

$$E = E_c + E_p = \text{constant};$$

$$E = \frac{m(l_0 + l)^2}{2} (\alpha')^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2} \right] \alpha^2 = \text{constant}.$$

Să admitem acum că, atunci când pendulul este în poziția de echilibru, cele două resorturi sunt deja deformate prin întindere, cu cantități identice, y_0 , astfel încât, în timpul oscilațiilor pendulului, unul dintre resorturi își mărește deformarea prin întindere, iar al doilea resort își micșorează deformarea prin întindere, cu cantități identice, y , foarte mici.

În aceste condiții energia potențială de deformare a sistemului este:

$$E_{pd} = \frac{k(y_0 + y)^2}{2} + \frac{k(y_0 - y)^2}{2};$$

$$E_{pd} = ky_0^2 + ky^2 = ky_0^2 + kl_0^2 \alpha^2,$$

astfel încât energia potențială totală a sistemului, este:

$$E_p = ky_0^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2} \right] \alpha^2,$$

iar energia totală a sistemului este:

$$E = E_c + E_p = \text{constant};$$

$$E = \frac{m(l_0 + l)^2}{2} (\alpha')^2 + ky_0^2 + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 + l)}{2} \right] \alpha^2 = \text{constant},$$

unde kl_0^2 este o combinație constantă.

Indiferent de varianta pe care o analizăm, rezultă:

$$\frac{dE}{dt} = 0; \quad \frac{d}{dt} (E_c + E_p) = 0;$$

$$\frac{m(l_0 + l)^2}{2} 2\alpha' \alpha'' + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2} \right] 2\alpha \alpha' = 0;$$

$$\frac{m(l_0 + l)^2}{2} \alpha'' + \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2} \right] \alpha = 0;$$

$$\alpha'' + \frac{2}{m(l_0 + l)^2} \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2} \right] \alpha = 0,$$

adică o ecuație de forma:

$$\alpha'' + \omega^2 \alpha = 0;$$

$$\omega^2 = \frac{2}{m(l_0 + l)^2} \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2} \right],$$

ceea ce dovedește că oscilațiile mici ale pendulului sunt oscilații armonice, a căror perioadă este dată de expresia:

$$\omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2}{m(l_0 + l)^2} \left[kl_0^2 + \frac{mg(l_0 - l)}{2} \right];$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m(l_0 + l)^2}{2kl_0^2 + mg(l_0 - l)};$$

$$T = 2\pi(l_0 + l) \sqrt{\frac{m}{2kl_0^2 + mg(l_0 - l)}},$$

din care rezultă constanta de elasticitate a fiecărui resort;

$$k = \frac{1}{2l_0^2} \left[\frac{4\pi^2 (l_0 + l)^2 m}{T^2} - mg(l_0 - l) \right].$$

3) Pentru diferite valori ale lui l , se determină perioada oscilațiilor pendulului, folosind cronometrul: $T = \frac{t}{n},$ unde t este durata a n oscilații complete.								
4) Se completează tabelul următor ($l_0 = 0,2 \text{ m}$; $m = 295 \text{ g}$) .								
Nr. det.	l (m)	t (s)	n (număr)	T (s)	k (N/m)	k_m (N/m)		
1	0,1	18,9	30	0,63	22,17	21,84		
2	0,2	23,9	30	0,8	21,93			
3	0,3	28,7	30	0,96	21,42			
Oficiu								1,00