



Olimpiada Națională de Matematică 2017

Etapa locală – Iași, 24 februarie 2017

CLASA A VII-A

Problema 1.

a) Demonstrați egalitatea :

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 4;$$

a) Fie $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2017^2}$. Să se arate că : $0 < \frac{2016}{2017} - S < \frac{1}{2}$.

Veronica Plăeșu

Problema 2.

Se consideră mulțimile X și Y cu $X \subset Y$, $\{X, Y\} \subset \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}\}$ și propoziția p : „Oricare ar fi $x \in X$ și oricare ar fi $y \in Y \setminus X$, atunci $x + y \in Y \setminus X$ ”, unde „+” reprezintă operația de adunare a numerelor reale. Aflați mulțimile X și Y astfel încât propoziția p să fie adevărată. Justificați!

Claudiu-Ștefan Popa

Problema 3.

În trapezul $ABCD$, $AB \parallel CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$. Aria triunghiului BOC este egală cu a^2 și aria triunghiului COD este egală cu b^2 .

a) Arătați că $A_{\triangle ADB} = A_{\triangle ACB}$,

b) Calculați aria trapezului $ABCD$.

GM nr. 7/2007

Problema 4.

Se consideră dreptunghiul $ABCD$, cu $AB \leq BC$. Punctele E și F sunt situate în interiorul, respectiv exteriorul dreptunghiului $ABCD$, de o parte și de cealaltă a dreptei BC , astfel încât $EA = EB = AD$, iar triunghiurile EAB și FCB sunt asemenea. Dacă D , E și F sunt puncte coliniare demonstrați că $ABCD$ este pătrat.

Claudiu-Ștefan Popa

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.