

Inspectoratul Școlar al Județului
Buzău

Societatea de Științe Matematice
Filiala Buzău

Olimpiada de matematică
faza locală
21 februarie 2016

Clasa a XII-a

1. Calculați

$$\int (3x^{10} + 2x^7) \sqrt[3]{x^3 + 1} dx.$$

2. Pe o mulțime M este definită o lege de compoziție asociativă, cu proprietatea

$$(xy)^{2016} = yx,$$

pentru orice x, y . Arătați că legea este comutativă.

3. Arătați că dacă integrala

$$\int_0^a \cos^3(\pi x + \pi t) dt$$

nu depinde de $x \in \mathbb{R}$, atunci a este un număr întreg par.

4. Fie G un grup finit. Arătați că pentru orice elemente x, y din G are loc

$$\text{ord}(xy) = \text{ord}(yx).$$

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore.