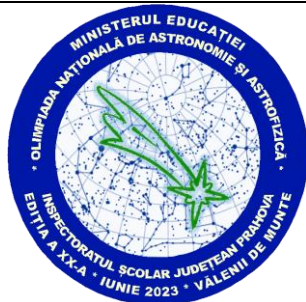




OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE ASTRONOMIE ȘI ASTROFIZICĂ

EDIȚIA A XX-A, 7 – 11 Iunie 2023, VĂLENII DE MUNTE,
PRAHOVA

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE - PROBA TEORETICĂ CATEGORIA JUNIORI 2

- Se punctează oricare alte formulări/modalități de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare la subiectele de tip grilă.

Subiectul I (10 puncte)

1. Răspuns corect: C) (1 punct)

4,22kg, deoarece se vor considera accelerațiile gravitaționale $9,81 \text{ m/s}^2$, pe Pământ și $1,63 \text{ m/s}^2$, pe Lună. $1,63:9,81 \cdot 25,4 = 4,22 \text{ kg}$. (1 punct)

2. Răspuns corect: A) (1 punct)

$$\phi = \frac{L}{4\pi d^2}; d = \sqrt{\frac{L}{4\pi\phi}}; d = 13,18 \times 10^{18} \text{ m}$$

3. Răspuns corect: A) (1 punct)

4. Răspuns corect: B) (1 punct)

$$\Delta m = -2,5lg \frac{1 - \delta}{1}$$

Unde

$$\delta = \left(\frac{R_{planetă}}{R_{stea}} \right)^2$$

$$\frac{R_{planetă}}{R_{stea}} = \sqrt{1 - 10^{-\frac{\Delta m}{2,5}}} = \sqrt{1 - 0,9908} = 0,096$$

5. Răspuns corect: D) (1 punct)

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

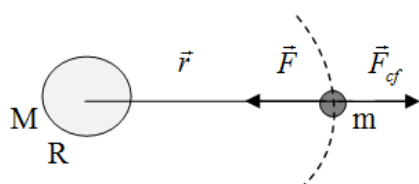
$$b = a \times \sqrt{1 - e^2} = 6,95 \text{ UA}$$

6. Răspuns corect: A) (1 punct)

7. Răspuns corect: C) (1 punct)

Dacă cele două diametre unghiulare nu ar fi aproximativ egale, atunci eclipsele totale de Soare nu s-ar mai produce.

8. Răspuns corect: B) (1 punct)



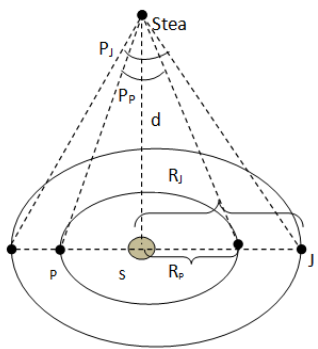
$$F = F_{cf}; \quad \frac{kMm}{r^2} = m\omega^2 r; M = \rho \frac{4\pi R^3}{3}; \frac{k\rho 4\pi R^3}{3r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} r; \quad R = \sqrt[3]{\frac{3\pi r^3}{k\rho T^2}}$$

9. Răspuns corect: D) (1 punct)

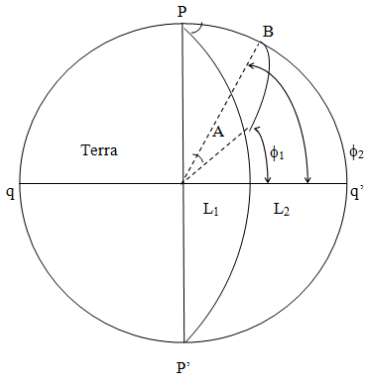
10. Răspuns corect: B) (1 punct)

Subiectul al II-lea (15 puncte)

II.1 Măsurători de paralaxă (7 puncte)

Rezolvare	Punctaj
a)  $\frac{\alpha}{180^0} = \frac{a}{\pi};$ Pentru Pământ: $\frac{P_p}{2} = 0,0025'' = 0,0025 \cdot \frac{3,14}{180.3600} \text{ rad}; \frac{P_p}{2} = 1,21 \cdot 10^{-8} \text{ rad}.$ $\text{tg } \frac{P_p}{2} \cong \frac{P_p(\text{rad})}{2} = \frac{1 \text{ ua}}{d(\text{ua})} \cong \sin \frac{P_p}{2};$ $d = \frac{1 \text{ ua}}{\frac{P_p}{2}}; d = 8,26 \cdot 10^7 \text{ ua} = 1,30 \cdot 10^3 \text{ ani lumină}$	1p 1p 1p
b) Pentru Jupiter: $\text{tg } \frac{P_J}{2} \cong \frac{P_J(\text{rad})}{2} = \frac{5,204 \text{ ua}}{d(\text{ua})};$ $\frac{P_J}{2} = \frac{5,204 \text{ ua}}{d(\text{ua})} = \frac{5,204 \text{ ua}}{8,26 \cdot 10^7 \text{ ua}}; P_J = \frac{2 \cdot 5,204 \text{ ua}}{8,26 \cdot 10^7 \text{ ua}} = 1,260 \cdot 10^{-7} \text{ rad};$	1p 1p
$\frac{P_J}{180^0} = \frac{1,260 \cdot 10^{-7}}{3,14}; P_J = 72,229^0 \cdot 10^{-7} = 260025,480'' \cdot 10^{-7} = 2,600'' \cdot 10^{-2}$	1p
c) Un avantaj ar fi că măsurăm unghiuri mai largi, ducând la localizarea mai bună a stelei etc. Un dezavantaj este că un an jupiterian durează peste 11 ani terestri, deci durează mai mult timp să obținem măsurătorile.	0,5p 0,5p
Total	7p

II.2 Distanța dintre două puncte pe sferă (8 puncte)

Rezolvare	Punctaj
Notăm: PP'-axa polilor Terrei; qq'-ecuatorul terestru; L-longitudinea geografică; ϕ=latitudinea geografică $\hat{AB} = d$; $\hat{P} = L_2 - L_1 = \Delta L$;	1p
	
Pentru triunghiul sferic PAB utilizăm teorema cosinusului și obținem: $\hat{PA} = 90^\circ - \varphi_1$; $\hat{PB} = 90^\circ - \varphi_2$;	0,5p 0,5p
$\cos \hat{AB} = \cos(90^\circ - \varphi_1) \cos(90^\circ - \varphi_2) + \sin(90^\circ - \varphi_1) \sin(90^\circ - \varphi_2) \cos(\Delta L)$; $d = \hat{AB} = \arccos[\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos(\Delta L)]$; $d = \arccos[\sin 45,40^\circ \sin 4,20^\circ + \cos 45,40^\circ \cos 4,20^\circ \cos(50,50^\circ - 3,30^\circ)]$	2p 1p 1p
$d = \hat{AB} = \arccos(0,0521474 + 0,4757905) = 58,13^\circ$ $\frac{13}{100} = \frac{x}{60}; x = 7,8' \cong 8'$ $d = 58^\circ 8' = 3480 + 8 = 3488 \text{ mile}$	1p 1p
Total	8p

Subiectul al III-lea (25 puncte)

III.1. Planete pitice și distanțe în Sistemul Solar (13 puncte)

Rezolvare	Punctaj
a) Planeta pitică, conform cu rezoluția dată de UAI în 2006, trebuie să îndeplinească următoarele condiții: - Orbitează în jurul Soarelui și nu în jurul unei alte planete (nu este satelit al unui alt corp) - Este suficient de masivă pentru a fi rotunjită de propria gravitație - Nu a eliminat niciun corp similar capabil să se miște pe o orbită apropiată (orbita planetei pitice se intersectează cu orbitele altor corpuri similare)	1p 1p 1p
b) Eris, Ceres, Pluto, Haumea.	(4x0,5p)
c) $i = 4$, $d = 0,4 + 0,3 * 16 = 5,2$ UA	0,5p
d) - ∞ (Mercur), 0 (Venus), 1 (Pământ), 2 (Marte), 3 (centura de asteroizi), 4 (Jupiter), 5 (Saturn), 6 (Uranus) , 7 (Neptun), 8 (Pluto, obiecte din centura Kuiper) Răspuns: Uranus	0,5p
e) $i = 8$, $d = 0,4 + 0,3 * 256 = 77,2$ UA	0,5p
f) Abaterea Legii TITUS – BODE = $77,2$ UA – $67,7$ UA = $0,5$ UA	0,5p
g) Legea a treia a lui Kepler pentru un sistem oarecare: $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G (M + m)}$ Aplicată pentru Pământ: $T_P^2 = \frac{4\pi^2 a_P^3}{G (M_P + M_\odot)}$ $M_P \ll M_\odot$ $T_P^2 \simeq \frac{4\pi^2 a_P^3}{G M_\odot}$ Aplicată pentru planeta pitică Makemake: $T_M^2 = \frac{4\pi^2 a_M^3}{G (M_M + M_\odot)}$ $M_M \lll M_\odot$ $T_M^2 \simeq \frac{4\pi^2 a_M^3}{G M_\odot}$ Raportul celor două relații: $\frac{T_P^2}{T_M^2} = \frac{a_P^3}{a_M^3}$	0,5p 0,5p 0,5p

Numeric: $T_M^2 = \frac{T_P^2 a_M^3}{a_P^3}$ $T_M^2 = \frac{1 \times 45^3}{1}$ $T_M \approx 302 \text{ ani}$ h) $\frac{d_{max}}{d_{min}} = 1,4$ $\frac{d_{max}}{d_{min}} = \frac{a(1+e)}{a(1-e)}$ $1,4 = \frac{(1+e)}{(1-e)}$ $1,4 - 1,4e = 1 + e$ $0,4 = 2,4e$ $e = \frac{0,4}{2,4} = 0,17$ $d_{max} = a(1+e) = 45 \times 1,17 = 52,65 \text{ UA}$ $d_{min} = a(1-e) = 45 \times 0,83 = 37,35 \text{ UA}$	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p 0,5p
i) Pentru un corp sferic oarecare de masa M și rază R, accelerația gravitațională la suprafață este: $g = \frac{GM}{R^2}$ În funcție de densitatea ρ: $g = \frac{G\rho \frac{4\pi R^3}{3}}{R^2} = \frac{4\pi G\rho R}{3}$ $g_M = \frac{4\pi G\rho R_M}{3}$ $g_{MK2} = \frac{4\pi G\rho R_{MK2}}{3}$ Raportul lor: $\frac{g_M}{g_{MK2}} = \frac{R_M}{R_{MK2}}$ $\frac{g_M}{g_{MK2}} = \frac{715}{88} = 8,125$	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p (răspuns aproximativ acceptat)
Total	13p

III.2 Calcule cu steaua Dubhe (12 puncte)

Rezolvare	Punctaj
a) $E_1/E_2=2,5^{m_2-m_1}$ $E_1=107,03 E_2$ $E=E_1+E_2$ $E=108,03 E_2$ $E_1/E=2,5^{m-m_1}$ $107,03/108,03=2,5^{m-2} \mid \lg$ Rezultă: $m=1,98$	 1p 1p
b) $m=6+5\lg D/d$ $7,1=6+5\lg D/6$ Rezultă: $D=9,95 \text{ mm}$, aproximativ 10 mm	 1p 1p
c) $G=f_{ob}/f_{oc}=D/d_{oc}=2$	1p
d) $\theta=1,22\lambda/D=d_m/x$ Rezultă: $\theta=1,22\cdot 550\cdot 10^{-9}/10^{-2}$ Rezultă: $x=7,45 \text{ m}$	 1p 1p
e) $H=90^\circ=6h$ $s=\alpha+H=11h4min+6h=17h4min$	1p
f) $t_l=12+H_s+\eta-L+2$; neglijând ecuația timpului, rezultă: $t_l=12+H_s-L+2$ $\alpha+H=\alpha_s+H_s$; $\alpha_s=0$, deoarece pe 21 martie, Soarele se află la intersecția dintre Ecliptică și Ecuatorul Ceresc, chiar în punctul vernal Rezultă: $H_s=17h4min$ $L=27^\circ 30'=1h50min$ $t_l=12+17h4min-1h50min+2=5h14min$	 1p 1p 1p
g) $TU=t_l-2=3h14min$	1p
Total	12p