

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026–
Clasa a XI-a

SUBIECTUL 1 (22,5p)

Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația

$$\begin{vmatrix} 4^{x^2} & \frac{1}{\sqrt[4]{2}} & 2^{-x} \\ \frac{1}{\sqrt[4]{2}} & 4^x & 2^{-x^2} \\ 2^{-x} & 2^{-x^2} & \sqrt{2} \end{vmatrix} = 0.$$

SUBIECTUL 2 (22,5p)

Să se determine numerele $a, b \in \mathbb{R}^*$ și $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{ax^6 + bx^4 + 3x^2 + 2} - x^p + 1 \right) = 2$$

SUBIECTUL 3 (22,5p)

Studiați convergența șirului $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definit prin $a_0 \in [0, 1]$ și $a_{n+1} = \sqrt{a_n - a_n^2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

SUPLIMENT GAZETA MATEMATICĂ

SUBIECTUL 4 (22,5p)

Fie $A \in M_2(\mathbb{R})$ cu $\det A = -1$ și $t = \operatorname{tr}(A) \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

8,5p a) Să se arate că $A^2 - tA - I_2 = O_2$.

14 b) Știind că $\det(A^2 - 2A - 2I_2) + \det(A^2 - 2A + 2I_2) = 6$, să se arate că $A(A - I_2) = I_2$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.