

Barem clasa a VI-a
(OLM 2014-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I.

$$\frac{1}{\frac{2 \cdot 3}{2}} + \frac{1}{\frac{3 \cdot 4}{2}} + \frac{1}{\frac{4 \cdot 5}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{2014 \cdot 2015}{2}} = \frac{2}{2 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2014 \cdot 2015} = \quad (10p)$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2014 \cdot 2015} \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2014} - \frac{1}{2015} \right) =$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2015} \right) = \frac{2013}{2015} < \frac{2014}{2015} \quad (10p)$$

Subiectul II.

Din teorema împărțirii cu rest se obține $2216 = \overline{5a} \cdot \overline{4b} + \overline{2c}$ și din ipoteză $c \in \{3, 9\}$. (5p)

Dacă $c = 3$ atunci $u(a \cdot b) = 3$ ceea ce conduce la $a, b \in \{1, 3\}$, cu soluțiile $a = 1$ și $b = 3$, respectiv $a, b \in \{7, 9\}$, dar în acest caz nu avem soluții. (5p)

Dacă $c = 9$ atunci $u(a \cdot b) = 7$ ceea ce conduce la $a, b \in \{1, 7\}$, respectiv $a, b \in \{3, 9\}$ și nu există soluții. (5p)

Prin urmare soluția problemei este $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$. (5p)

Subiectul III.

Regula de urcare necesită $(4+1)+(5+3)=13$ pași. (5p)

În 13 pași efectuați sportivul avansează $(4-1)+(5-3)=5$ trepte (5p)

a) $2014 = 13 \cdot 154 + 12$, sportivul aplică regula de urcare de 154 ori ajungând pe treapta 770 și mai are de efectuat 12 pași (urcă 4 trepte și coboară 1 treaptă, urcă 5 trepte și coboară 2 trepte) mai urcând 6 trepte. După 2014 pași se află pe treapta 776. (5p)

b) $2014 = 5 \cdot 402 + 4$, sportivul ajunge pe treapta 2010 după $402 \cdot 13 = 5226$ pași. Fiind necesari încă 4 pași, ajunge pe treapta 2014 după 5230 pași. (5p)

Subiectul IV.

a) $m(\sphericalangle AOB) = 102 \cdot 1^\circ 20' = 102^\circ 2040' = 136^\circ$ (20p)

b) $m(\sphericalangle AOM) = 136^\circ - 90^\circ = 46^\circ$ (5p)

$$m(\sphericalangle AOA_{12}) = 12 \cdot 1^\circ 20' = 16^\circ$$

$$m(\sphericalangle A_{12}OM) = 46^\circ - 16^\circ = 30^\circ \quad (5p)$$