



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală, 17 februarie 2018

clasa a VIII-a

SUBIECTUL I.

Determinați $x \in \mathbb{N}$, astfel încât:

$$\sqrt{\left(\frac{2017}{2018}\right)^2 + 2x \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2018}\right)} + x^2 = \frac{4035}{2018}.$$

SUBIECTUL II

a) Arătați că numărul $2018^4 - 6 \cdot 2017^2 - 12 \cdot 2016 - 9$ este pătrat perfect.

(G.M.11/2017)

b) Arătați că dacă $a^2 + b^2 - 3a + 5b + 6,25 = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, atunci $a + b \in [-4, 2]$.

SUBIECTUL III

Se dă cubul ABCDA'B'C'D' de latură 10 cm, cu O este centrul feței BCC'B' și P mijlocul muchiei [AB].

- a) Aflați unghiul dintre dreptele AO și A'C';
- b) Demonstrați că A'C' este paralelă cu planul (PCB');
- c) Demonstrați că D'O este perpendiculară pe planul (PCB').

SUBIECTUL IV

Pe planul dreptunghiului ABCD se ridică perpendiculara PD, $P \notin (ABC)$. Dacă $AM \perp PB$, $CN \perp PB$, ($M, N \in PB$), $MN = 3$ cm, $AB = 8$ cm, $BC = 4$ cm, calculați:

- a) Lungimea segmentului PB;
- b) Tangenta măsurii unghiului planelor (ABC) și (APC).

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore.

Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.