

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
17 februarie 2019
CLASA a V-a

1. Se consideră pătratul perfect $\overline{ab}$.
 - a) (3p) Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural de trei cifre care, prin împărțirea la $\overline{ab}$ dau restul 75.
 - b) (4p) Calculați suma numerelor naturale de trei cifre care, prin împărțirea la $\overline{ab}$ dau restul 75.
2. a) (3p) Rezolvați ecuația: $\{[(x+2):2016+2016]:2017+2017\}:2018+2018=2019$.
b) (4p) Un călător parcurge în prima etapă o treime din traseul ales, în a doua etapă trei pătrimi din ce i-a rămas, iar în ultima etapă 10 km. Ce lungime are traseul?
3. a) (3p) Aflați restul împărțirii numărului $A = 2^{n+2} \cdot 7^{n+3} + 5 \cdot 7^{n+1} \cdot 2^{n+4} + 87 \cdot 14^n + 6100$ la 2019, pentru orice n număr natural.
b) (4p) Dovediți că suma $S = 1^{2019} + 2^{2019} + 3^{2019} + \dots + 2019^{2019}$ este divizibilă cu 10.
4. Se consideră numărul $a = \underbrace{111\dots11}_{2019 \text{ de } 1}_{(2)}$.
 - a) (3p) Arătați că $a+1 = 2^{2019}$.
 - b) (4p) Demonstrați că $a+1$ se poate scrie ca suma a patru numere impare consecutive.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 2 ore.