

Inspectoratul Școlar al Județului
Buzău

Societatea de Științe Matematice
Filiala Buzău

Olimpiada de matematică
faza locală
21 februarie 2016

Clasa a IX-a

1. a) Dați un exemplu de numere iraționale a, b , astfel încât numerele $a+b$ și ab să fie numere raționale nenule.
b) Fie a, b numere reale. Arătați că există un număr irațional c astfel încât numerele $a+c$ și $b+c$ să fie iraționale.
2. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$, notăm cu S_n suma primilor n termeni. Fie p, q numere naturale nenule, diferite. Știind că $S_p = q$ și $S_q = p$, calculați S_{p+q} .
3. Vectorii $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \overline{v_3}, \overline{v_4}$ au lungimile egale și suma zero. Arătați că sunt doi câte doi vectori opuși.
4. O dreaptă care trece prin centrul de greutate al triunghiului ABC intersectează laturile AB și AC în punctele M și N . Arătați că

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{AN}{NC} \geq 4.$$

Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore.