

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 24 februarie 2019

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I (7p)

Determinați numerele reale pozitive a, b, c pentru care numărul

$$\frac{6}{\sqrt{a+12}-\sqrt{12a}+\sqrt{b+6}-\sqrt{20b}+\sqrt{c+10}-\sqrt{24c}} \text{ este natural.}$$

Gazeta Matematică

SUBIECTUL II (7p)

a) Fie $x \in [1; +\infty)$. Demonstrați că $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \geq 0$.

b) Demonstrați că $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ pentru orice numere reale pozitive a și b și precizați când are loc egalitatea.

c) Fie $a, b \in [1; +\infty)$. Determinați minimul expresiei $ab \cdot (a + b - 10) + 8 \cdot (a + b)$.

SUBIECTUL III (7p)

Fie $ABCD$ un tetraedru regulat cu lungimea muchiei de 6 cm, M mijlocul muchiei AB și E simetricul punctului A față de C .

Se notează cu N punctul de intersecție a dreptei BC cu planul (DME) .

a) Calculați lungimea segmentului EM .

b) Aflați perimetrul triunghiului DMN .

SUBIECTUL IV (7p)

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu muchia $AB = a$ cm și punctul M mijlocul muchiei $D' C'$.

a) Demonstrați că $AD \parallel (BCM)$;

b) Calculați distanța de la punctul D la planul (BCM) ;

c) Dacă distanța dintre dreptele AD și BM este egală cu $2\sqrt{5}$ cm, determinați valoarea lui a .

NOTĂ: Timp de lucru: 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.