



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală - SĂLAJ -11.02.2023

BAREM DE NOTARE

Clasa a V-a

Subiectul 1

a)

$$n = 2023 + 2 + 4 + 6 + \dots + 4044 = 2023 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2022) = \dots 1p$$

$$= 2023 + 2 \cdot 2022 \cdot 2023 : 2 = \dots 1p$$

$$= 2023 \cdot (1 + 2022) = 2023 \cdot 2023 = 2023^2 \dots 1p$$

b)

$$M = \overline{ab} + \overline{ba} + a + b = 12(a + b) \dots 1p$$

$$\text{Cum } a \neq b \Rightarrow a + b \leq 17; \text{ cum } M = \text{pătrat perfect} \Rightarrow a + b \in \{3, 12\} \dots 1p$$

$$\text{Dacă } a + b = 3 \Rightarrow (a, b) \in \{(1, 2), (2, 1)\} \dots 1p$$

$$\text{Dacă } a + b = 12 \Rightarrow (a, b) \in \{(9, 3), (8, 4), (7, 5), (5, 7), (4, 8), (3, 9)\} \dots 1p$$

Subiectul 2

a) După calcule se obține $x = 18$ și $y = 12$ 3 p

$$\text{Cum } 3^x = 3^{18} = (3^3)^6 = 27^6, \text{ iar } 5^y = 5^{12} = (5^2)^6 = 25^6 \text{ rezultă } x > y \dots 1p$$

b) Avem: $u(18^{2022}) = u(18^r) = u(8^2) = 4$, $u(12^{2022}) = u(2^r) = u(2^2) = 4$, unde r este restul împărțirii lui 2022 la 4 2 p

Atunci $u(18^{2022} + 12^{2022}) = 8 \Rightarrow \text{numărul } x^{2022} + y^{2022} \text{ nu este pătrat perfect} \dots 1p$

Subiectul 3

a) Punctajul este $32 \cdot 5 - 8 \cdot 2 = 144$ puncte 2p

b)

Dacă ar fi răspuns corect la toate întrebările ar fi obținut $40 \cdot 5 = 200$ puncte1p

Pentru fiecare răspuns greșit punctajul scade cu $5+2=7$ puncte 2p

A răspuns greșit la $(200-102):7=14$ probleme 1p

A răspuns corect la 26 de întrebări 1p

Subiectul 4

a) $a_1 = 5 \cdot 1 + 2$

$$a_2 = 5 \cdot 2 + 2$$

$$a_3 = 5 \cdot 3 + 2$$

$$a_4 = 5 \cdot 4 + 2 \text{ (opțional)}$$

$$a_5 = 5 \cdot 5 + 2 = 27 \text{1p}$$

$$a_{10} = 5 \cdot 10 + 2 = 52 \text{1p}$$

$$a_{100} = 5 \cdot 100 + 2 = 502 \text{1p}$$

b) $a_n = 5 \cdot n + 2$ 1p

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{2000} = 5 \cdot (1 + 2 + \dots + 2000) + 2000 \cdot 2 \text{2p}$$

Folosirea formulei lui Gauss:

$$5 \cdot \frac{2000 \cdot 2001}{2} + 4000 = 5 \cdot 1000 \cdot 2001 + 4000 = 10009000 \text{1p}$$