

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2018
ETAPA LOCALĂ – 25 FEBRUARIE 2018**CLASA a VII-a****Problema 1. (7 puncte)**

- a). Fie numărul $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$. Demonstrați că $0,2 < \sqrt{\frac{A}{11}} < 0,3$.
- b). Arătați că numărul $B = \sqrt{2n^2 + 10n + 50}$ este un număr irațional, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Problema 2. (7 puncte) Fie numerele $A = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$

și $B = \left(3^{51} - 2^{85} + 3^{1651} : 81^{400}\right) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8-5\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} + \sqrt{2^8}$.

- a). Comparați numerele A și B .
- b). Verificați dacă numerele $3A$ și $\sqrt{B}$ sunt elemente ale mulțimii

$$M = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+1}{2x-5} \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Problema 3. (7 puncte) În triunghiul ABC , E este mijlocul laturii $[AB]$, (EF este bisectoarea $\sphericalangle AEC$, $F \in (AC)$ și (EG este bisectoarea $\sphericalangle CEB$, $G \in (BC)$).

- a). Arătați că $FG \parallel AB$.
- b). Dacă $FG = 3\text{ cm}$ și $AB = 9\text{ cm}$, calculați raportul ariilor triunghiurilor CFG și CAB .

Problema 4. (7 puncte)

Fie triunghiul ABC în care $[AO]$ este mediană, G este centrul de greutate al triunghiului ABC , iar $GD \parallel AB$ și $GE \parallel AC$, unde D și E sunt pe latura (BC) .

- a). Dacă H este un punct situat în exteriorul triunghiului ABC și reprezintă simetricul punctului G față de punctul O , arătați că $GEHD$ este un paralelogram.
- b). Dacă $DG \cap AE = \{M\}$ și $DG \cap BH = \{N\}$, arătați că $MN = 2DG$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timp de lucru: 3 ore
- Total: 28 puncte (nu se acordă punct din oficiu)