

**MATEMATIKA OLIMPIÁSZ  
KÖRZETI SZAKASZ**

**2014. február 23.**

**X. OSZTÁLY**

**(4 órás program)**

- 1.) a.) Oldd meg a valós számok halmazán a  $2^{(x-1)(x-2)} + 2^{3x-x^2} = 5$  exponenciális egyenletet!
- b.) Az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszög befogóinak hossza  $b$  és  $c$ , melyekre teljesül a  $2 \lg \frac{b+c}{\sqrt{6}} = \lg b + \lg c$  egyenlőség. Számítsd ki a  $C$  szög mértékét!
- 2.) Határozd meg az  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$  szürjektív függvényeket!
- 3.) a.) Oldd meg a komplex számok halmazán a  $z^8 - 77z^4 - 324 = 0$  egyenletet!
- b.) Ábrázold a komplex számsíkban az egyenlet gyökeinek megfelelő pontokat!
- c.) Kösd össze az origót körbejárva az előbbi pontokat, majd számítsd ki a keletkezett „csillag” kerületét és területét!
- 4.) Adottak az  $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 - \sqrt{3}| \leq 2\}$  és  $B = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq \sqrt{2}\}$  halmazok. Legyen  $M_A$  illetve  $M_B$  azon pontok halmaza a komplex számsíkban, amelyek affixumai az  $A$  illetve  $B$  halmaz elemei. Számítsd ki az  $S = M_A \cap M_B$  síkidom területét!

**Megjegyzés:**

**Minden feladat kötelező.**

**Minden feladat 10 pontot ér.**

**Munkaidő 3 óra.**