

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 23 februarie 2018

CLASA a VII-a

SUBIECTE

1. a) Pentru ce valori ale lui n număr natural nenul, $a = \sqrt{1!+2!+3!+\dots+n!}$ este număr natural? ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)

G.M. nr. 1/2018

- b) Câte numere naturale $\overline{abcd}$ există astfel încât $\sqrt{20 \cdot 18 \cdot \overline{abcd}} \in \mathbb{N}$?

2. Fie $m, n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2018^0 - 0^{2018}}{2017^1 - 1^{2017}}$.

Arătați că $A = \left(\frac{m}{14} - 144\right) \cdot \left(\frac{n}{14} - 144\right)$ este pătrat perfect.

3. În triunghiul $\triangle ABC$ se consideră bisectoarele $[BE]$, $[CF]$, $E \in (AC)$, $F \in (AB)$ și mediana $[AD]$, $D \in (BC)$. Fie $CF \cap AD = \{M\}$, $BE \cap AD = \{N\}$.

Arătați că $\frac{AM}{MD} + \frac{AN}{ND} > 2$.

4. Într-un trapez $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, cunoaștem $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{2}$, $A_{MCD} = 12 \text{ cm}^2$, unde M este mijlocul segmentului $[BC]$. Aflați aria trapezului $ABCD$.

R.M.T. nr. 4/2016

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.