

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 11.02.2023

Clasa a X-a

SUBIECTUL 1

Rezolvați sistemul $\begin{cases} 3^x + 3^y = 54 \\ x^{\log_3 y} = 3 \end{cases}$, unde $x, y \in (0, +\infty)$.

Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL 2

Determinați funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că $f(x + f((1+x)y)) = (1+y)f(x) + 1$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

Gazeta Matematică nr. 10/2022

SUBIECTUL 3

Determinați numerele complexe distincte z_1 și z_2 cu $|z_1| = |z_2| = 1$ și $1 + \overline{z_1} \cdot z_2 = z_1 + \overline{z_2}$.

* * *

SUBIECTUL 4

Fie un triunghi echilateral ABC înscris într-un cerc cu centrul în O și raza 1. Dacă M este un punct din planul triunghiului astfel încât A se află pe segmentul OM , să se arate că $\frac{1}{MA} + \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC} > \frac{3}{OM}$.

* * *

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.