

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
9 FEBRUARIE 2013****CLASA a VIII-a****Subiectul 1.**

Fie numerele reale a, b, x, y ce verifică relațiile $x + y = a + b$ și $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.
Arătați că $x^{2013} + y^{2013} = a^{2013} + b^{2013}$.

Subiectul 2.

Se consideră $E(m; n) = \sqrt{3 \cdot 5^m + 25^n}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$.

- a) Să se arate că $E(2013; 1006) \in \mathbb{Q}$ și $E(1006; 2013) \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- b) Arătați că există o infinitate de perechi $(m; n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ astfel încât $E(m; n) \in \mathbb{Q}$.
- c) Arătați că există o infinitate de perechi $(m; n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ astfel încât $E(m; n) \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Subiectul 3.

Fie trapezul isoscel ABCD, $AB \parallel CD$, $AB = 12\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$, $m(\angle A) = 60^\circ$ și înălțimea CE, $E \in AB$. Îndoim trapezul după CE, astfel încât planul (ACD) devine perpendicular pe planul (BEC). Determinați tangenta unghiului format de planele (ABD) și (EBC).

Subiectul 4.

Putem așeza numerele 6, 19, 21, 27, 34, 43, 59 și 76 în vârfurile unui cub astfel încât fiecare sumă obținută prin adunarea numerelor situate la capătul unei laturi a cubului să fie un număr divizibil cu 5? Justificați.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore