

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 28.02.2015
Clasa a IX-a**

1. (7p) Se consideră o mulțime de numere reale G care satisface simultan proprietățile:

$1 \in G$, $x \in G \Rightarrow \sqrt{x+2} \in G$ și $\sqrt{x+3} \in G \Rightarrow x+4 \in G$. Arătați că $\sqrt{2015} \in G$.

GM12/2014

2. (7p) Dacă $a, b \in (0, +\infty)$, $a \leq b$ și m_a, m_g sunt mediile aritmetică, respectiv geometrică a numerelor a și b , arătați că

$$m_a - m_g \leq \frac{(b-a)^2}{8a}.$$

3. Se consideră șirul definit descriptiv astfel: 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, ...

Determinați:

(4p) a) rangul termenului egal cu 101.

(3p) b) a_{2015} .

Alin Pop

4. (7p) Se consideră paralelogramul $ABCD$. Determinați un punct M în planul său, astfel încât:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{AC}.$$

Vlad Petru

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.