

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014**

CLASA a V-a

BAREM DE NOTARE

SUBIECTUL I

I a) $(3^5 \cdot 2^3)^{10} = 3^{50} \cdot 2^{30}$	0.5p
$6^{30} \cdot 3^{19} = 3^{49} \cdot 2^{30}$	1p
$(3^{50} \cdot 2^{30}) : (3^{49} \cdot 2^{30}) = 3$	0.5p
$2^{20} [11^2 : 121 + 3 \cdot (3-1)] - 7 = 2^{20} \cdot 7 - 7$	0.5p
$7(2^{20} - 1)$ se divide cu 7	0.5p
$u(2^{20}) = 6$	0.5p
$u(2^{20} - 1) = 5, u(a) = 5$ deci numărul a se divide cu 5	0.5p
I b) $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1006 \cdot 1007 \cdot 1008 \cdot \dots \cdot 2013 + 2014 + 1$	0.5p
$b = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 1006 \cdot 1008 \cdot \dots \cdot 2013 \cdot (2 \cdot 1007) + 2014 + 1$	1p
$b = 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 1006 \cdot 1008 \cdot \dots \cdot 2013 \cdot 2014 + 2014 + 1$	0.5p
$b = 2014 \cdot (1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 1006 \cdot 1008 \cdot \dots \cdot 2012 \cdot 2013 + 1) + 1$	0.5p
Din teorema împărțirii cu rest avem că restul este 1	0.5p
TOTAL	7p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014**

CLASA a V-a

BAREM DE NOTARE

SUBIECTUL II

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$	1p
$A \cap B = \{1, 3, 7, 9\} \Rightarrow A \supset \{1, 3, 7, 9\}$ și $B \supset \{1, 3, 7, 9\}$	2p
$B \setminus A = \{5\} \Rightarrow 5 \in B$ și $5 \notin A$	1p
Numărul elementelor fiecărei mulțimi trebuie să fie 7	1p
Soluții : $A = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$ și $B = \{0, 1, 3, 4, 5, 7, 9\}$ sau $A = \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ și $B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ sau $A = \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9\}$ și $B = \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ sau $A = \{1, 0, 3, 6, 7, 8, 9\}$ și $B = \{2, 1, 3, 5, 4, 7, 9\}$	2p
TOTAL	7p

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014**

CLASA a V-a

BAREM DE NOTARE

SUBIECTUL III

a)	$a_2 = a_1 + 5 = 2 + 5 = 7,$ $a_3 = a_2 + 5 = 2 + 2 \cdot 5 = 12,$ $a_4 = a_3 + 5 = 2 + 3 \cdot 5 = 17,$	1p
	$\Rightarrow a_n = 2 + (n-1) \cdot 5$	1p
	$4017 \in B \Leftrightarrow 4017 = 2 + (n-1) \cdot 5$ și $n \in \mathbb{N}$. Cum $n = 804$, rezultă că $4017 \in B$	1p
	$2014 \in B \Leftrightarrow 2014 = 2 + (n-1) \cdot 5$ și $n \in \mathbb{N}$. Cum $n = 2017 : 5$ și $2017 : 5 \notin \mathbb{N}$, rezultă că $2014 \notin B$	1p
b)	Oricare ar fi $x \in A \Rightarrow u(x) \in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ Oricare ar fi $x \in B \Rightarrow u(x) \in \{2, 7\}$ Din relațiile anterioare rezultă că mulțimile A și B sunt disjuncte	1p
c)	$16 = 4^2$, deci $16 \in A$; $1156 = 34^2$, deci $1156 \in A$; $111556 = 334^2$, deci $111556 \in A$;	1p
	$\underbrace{11\dots1}_{\text{de 9 ori}} \underbrace{55\dots5}_{\text{de 8 ori}} 6 = \underbrace{33\dots3}_{\text{de 8 ori}} 4^2$, deci $\underbrace{11\dots1}_{\text{de 9 ori}} \underbrace{55\dots5}_{\text{de 8 ori}} 6 \in A$ Rezultă concluzia.	1p
TOTAL		7p

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014

CLASA a V-a

BAREM DE NOTARE

SUBIECTUL IV

Se observă că $2014 = 10 \cdot 199 + 24$	2p
Mai întâi, Matei va aduna 8 și va scrie numărul $16 + 8 = 24$.	
Dacă Paul adună $x \in \{1, 2, \dots, 9\}$, atunci la a doua mișcare, Matei va aduna $10 - x$ și va scrie pe tablă numărul $24 + x + 10 - x = 34$ și așa mai departe.	2p
La fiecare etapă, atunci când Paul va aduna y , Matei urmează să adune $10 - y$.	1p
Astfel, la a 199-a mișcare, Matei scrie pe tablă numărul $4 + 10 \cdot 200 = 2004$. Apoi, Paul va scrie numărul $2004 + y$, $y \in \{1, 2, \dots, 9\}$, iar Matei va aduna la acesta $10 - y$ și scrie pe tablă 2014.	2p
TOTAL	7p