OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală

22 februarie 2014

CLASA a XI-a

1.Să se calculeze: $\lim_{n\to\infty} sin\left(\pi\sqrt{4n^2+2n+3}\right)$

O.L.Giurgiu , 2013

2. a) Să se găsească două matrice $A\,,B\in M_2(R)$ cu proprietatea că $A^2+B^2=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$

b) Să se arate că orice două matrice $A\,,B\in M_2(R)$ cu proprietatea că $A^2+B^2=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ nu comută .

Vladimir Cerbu , Mihai Piticari (G.M. nr.12/2013)

3. Fie $n\in N, n\geq 2$ și $a_1,a_2,\dots,a_n\in R$ astfel încât $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2>0$.

a) Să se calculeze : $\lim_{x\to 0}\frac{\left(tg(a_1x)+\cdots+tg(a_nx)\right)^2}{x\left(tg(a_1^2x)+\cdots+tg(a_n^2x)\right)}$;

b) Să se arate că dacă b_n este rezultatul limitei de la punctul a) și $b_n\geq n$, atunci $a_1=a_2=\cdots=a_n$.

O.L.Teleorman , 2013

4. Se consideră matricea A= $\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}, a,b\in R, b\neq 0$.

i) Să se arate că dacă matricea $X\in M_2(R)$ verifică relația $AX=XA$, atunci există $u,v\in R$, astfel încât $X=\begin{pmatrix}u & v\\ v & u\end{pmatrix}$;

ii) Să se rezolve ecuația $X^3=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ în $M_2(R)$.

Toate subiectele sunt obligatorii .

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte .

Timp de lucru 3 ore .