BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALĂ

15.02.2014

Clasa a VI – a

1. a) $[2^{2013} \cdot (1+2^1+2^2)]:[2^{2011} \cdot (2^3-1)] = (2^{2013} \cdot 7):(2^{2011} \cdot 7)$ (3 p)
   Finalizare$(2^{2013} \cdot 7):(2^{2011} \cdot 7)= 2^2 = 4$(1 p)

   b) $a+b = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2014}+\frac{2013}{2014}\right) = 1 \cdot 2013 = 2013$
   $m_a = \frac{a+b}{2} = 2013:2 = 1006{,}5$ (3 p)

2. a) $a \cdot 111 \cdot a + b \cdot 111 \cdot b + c \cdot 111 \cdot c = 111 \cdot (a^2+b^2+c^2) = 3 \cdot 37 \cdot (a^2+b^2+$ $c2$rezultă că numărul reste divizibil cu 37 . (3 p)
   b)$a^2+b^2=c^2$și a , b , c cifre , $a \neq 0$, $a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$.
   Dacă$a = 1$, $b = 0$ $\Longrightarrow c = 1$ $\Longrightarrow$numărul101 - NU
   Dacă$a = 3$, $b = 4$ $\Longrightarrow c = 5$ $\Longrightarrow$numărul345 - DA
   Dacă$a = 2$ $\Longrightarrow 4+b^2=c^2$ $\Longrightarrow c^2-b^2=4$ (3 p)
   Pătratele perfecte ale cifrelor de la 1 la 9 sunt$\{1,4,9,16,25,36,49,64,81\}$și nu există două pătrate perfecte a căror diferență să fie $4,9,16,25,36,49,64$ sau 81
   Singurele soluții sunt 345 și 435 . (3 p)

3. a) $A_0A_1 = A_1A_2$ = 2 cm $\Rightarrow A_0A_2 = 2 \cdot 2cm = 4\,cm$
   $A_2A_3 = A_0A_2 = 4\,cm \Longrightarrow A_0A_3 = 2 \cdot 4\,cm = 8\,cm = 2^3\,cm$

   $A_3A_4 = A_0A_3 = 8\,cm \Longrightarrow A_0A_4 = 2 \cdot 8\,cm = 16\,cm = 2^4\,cm \Rightarrow A_4A_5 = 2^4\,cm$

$\Longrightarrow \cdots A_9A_{10} = 2^9\,cm$ (3 p)

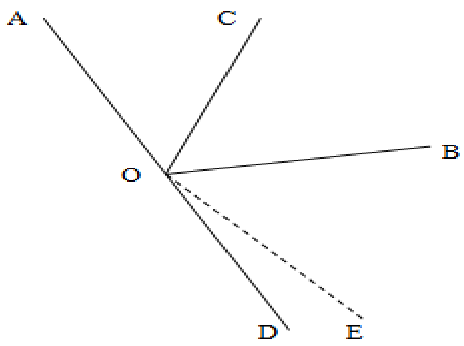
   b) $A_0A_{10} = A_0A_1 + A_1A_2 + A_2A_3 + \cdots + A_9A_{10} = 2+2+2^2+2^3+\cdots+2^9 =$

$2^2+2^2+2^3+\cdots+2^9 = 2^3+2^3+\cdots+2^9 = 2^9+2^9 = 2^{10}$ (2 p)

   $A_0A_{10} - 1 = 2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023 \;\vdots\; 3$ (1 p)

lungimealaturiitriunghiuluiechilateraleste$1023{:}3 = 341\,cm$ (1 p)

4. Desen (1 p)



$$m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) = 180^o \Longrightarrow m(\sphericalangle AOB) + \frac{3}{5} m(\sphericalangle AOB) = 180^o \Longrightarrow$$

$$\frac{8}{5} m(\sphericalangle AOB) = 180^o \Longrightarrow m(\sphericalangle AOB) = 112^o 30'$$

$m(\sphericalangle AOB) = 112^o 30' \Longrightarrow m(\sphericalangle BOC) = 67^o 30'$ (2 p)

$(\, OB$ $bisectoarea$ $\sphericalangle EOC \Longrightarrow m(\sphericalangle COB) = m(\sphericalangle BOE) = 67^o 30'$ (1 p)

A si D simetrice față de O $\Longrightarrow m(\sphericalangle AOD) = 180^o \Longrightarrow m(\sphericalangle BOD) = 180^o - m(\sphericalangle AOB) = 180^o - 112^o 30' = 67^o 30'$ (2 p)

Dar $m(\sphericalangle BOE) = 67^o 30'$, deci $m(\sphericalangle BOD) = m(\sphericalangle BOE)$ iar (OD și (OE sunt în același semiplan față de (OB (1p)