Ministerul Educației și Cercetării Științifice
Inspectoratul Școlar Județean Vaslui

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală – Vaslui, 15 februarie 2015

Clasa a IX-a

Problema 1. Demonstrați, că pentru orice număr natural nenul n, are loc inegalitatea:

$$\frac{\sqrt{n+1}}{n+2}+\frac{\sqrt{n+2}}{n+3}+...+\frac{\sqrt{2n+2}}{2n+3}<\frac{1}{\sqrt{n+3}}+\frac{1}{\sqrt{n+4}}+...+\frac{1}{\sqrt{2n+4}}.$$

Problema 2. Să se determine numerele iraționale x, cu proprietatea că numerele x^2+x și x^3+2x^2 sunt întregi.

Gazeta Matematică

Problema 3. Se notează cu O_1 și O_2 mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$ ale patrulaterului convex $ABCD$.

(i) Să se arate că $\overrightarrow{O_1O_2}=\frac{\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}}{2}$

(ii) Să se arate că dacă $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=3\cdot\overrightarrow{O_1O_2}$, atunci $ABCD$ este paralelogram.

Problema 4. Să se determine numerele reale x, care verifică relația:

$\big|\big[x-a\big]\big|+\big[\,|x-a|\,\big]=1$, unde a este un parametru real.

(S-a notat $[t]$ partea întreagă a numărului real t.)

Notă. Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.