



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a X –a

PROBLEMA 1.

Fie numerele complexe $z_1, z_2, \dots, z_{2020}$, fiecare având modulul egal cu 1 și $z_1 + z_2 + \dots + z_{2020} = 0$.

Să se arate că $\sum_{k=1}^{2020} |z - z_k| \geq 2020 \quad \forall z \in \mathbb{C}$.

PROBLEMA 2.

Determinați $x, y \in (0, +\infty)$ astfel încât

$$\lg^2\left(\frac{x}{y}\right) = 3 \lg\left(\frac{x}{2020}\right) \cdot \lg\left(\frac{2020}{y}\right)$$

PROBLEMA 3.

Rezolvați ecuația $\sqrt[5]{4x-5} + \sqrt[5]{x-2} = \sqrt[5]{2x-1}$ în $\mathbb{R}$

PROBLEMA 4.

Să se determine funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ care verifică simultan condițiile :

a) $f(x) \leq 5^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

b) $f(x+y) \leq f(x) \cdot f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

Notă:

¹Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

²Toate problemele sunt obligatorii;

³Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;