Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Locală - 22 februarie 2014 - Maramureş

Clasa a VII-a

1. Arătaţi că are loc relaţia:

a) $\frac{1}{2^k+1} - \frac{1}{2^{k+1}+1} = \frac{2^k}{(2^k+1)\cdot(2^{k+1}+1)}, \quad \forall\, k \in N$

b) Aflaţi $n \in N$, astfel încât:

$$\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{4}{5\cdot 9}+\frac{8}{9\cdot 17}+\ldots+\frac{2^n}{(2^n+1)\cdot(2^{n+1}+1)}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2^{2014}-1}{2^{2015}+1}$$

2. Arătaţi că numărul A= $1^p + 2^p + \ldots + 2014^p$ este divizibil cu 5, unde p este un număr natural care nu este divizibil cu 4.

Suplimentul Gazetei Matematice 1/2014

3. Fie $ABCD$ un paralelogram. Notăm A_1 simetricul lui A faţă de B, B_1 simetricul lui B faţă de C, C_1 simetricul lui C faţă de D şi D_1 simetricul lui D faţă de A.

a) Arătaţi că $A_1B_1C_1D_1$ este paralelogram.

b) Paralelogramele $ABCD$ şi $A_1B_1C_1D_1$ au acelaşi centru de simetrie.

Suplimentul Gazetei Matematice 11/2013

4. Fie triunghiul ABC isoscel, de bază BC, $D \in (AB), E \in (AC)$ astfel încât $(BD) \equiv (AE)$. Dacă M este mijlocul segmentului (CD) şi N este mijlocul segmentului (AE), arătaţi că $MN \perp BC$.

Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Subiecte selectate şi prelucrate de: prof. Nagy Anamaria – Şc. Gim. „Lucian Blaga” Baia Mare,

prof. Neaga Nadina – Şc. Gim. „Dr. Victor Babeş” Baia Mare