

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2019

CLASA a VII-a

Subiectul I

- a) Să se arate că $\forall n \in N^*$ are loc egalitatea: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
b) Arătați că numărul $A = \sqrt{1} + \sqrt{1 + 3 + 5} + \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + 9} + \dots + \sqrt{1 + 3 + \dots + 2021}$ este pătrat perfect.

Subiectul II

Fie numerele raționale pozitive $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ astfel încât suma lor este 1 și

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \dots = \frac{a_{2017}}{a_{2018}} = \frac{1}{3}$$

- (1) Arătați că $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2017} = \frac{3^{2018} - 1}{2}$.
(2) Găsiți a_{2018} .

Subiectul III

Fie ABCD paralelogram, $M \in (AB), N \in (CD)$ astfel încât $[AM] \equiv [NC]$ și O centrul paralelogramului.

- a) Demonstrați că M, O și N sunt coliniare.
b) Dacă aria lui ABCD este 24 cm^2 și $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$, aflați aria triunghiului NOC.

Subiectul IV

Fie O intersecția diagonalelor paralelogramului ABCD și $M \in (AO)$ iar $N \in BD$ astfel încât $MN \parallel AB$. Dacă $\{E\} = DM \cap AB$ iar $\{F\} = AN \cap BC$, iar $BE \equiv CF$ să se demonstreze că ABCD este romb.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore