

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ-22 FEBRUARIE 2020**  
**Clasa a IX-a**

**SUBIECTUL I:**

Pentru  $n \in \mathbb{N}$  se consideră  $A = \sqrt{3^{n-4} + 3^{n-3} + 3^{n-2} + 3^{n-1} + 3^n}$ .

a) Să se arate că pentru orice  $n$  impar,  $A \notin \mathbb{Q}$ .

b) Dacă  $p \in \mathbb{N}$  este dat, să se determine  $n \in \mathbb{N}$  pentru care  $A = 11 \cdot 9^p$

**SUBIECTUL II:**

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ . Se știe că :  $\exists u < v, u, v \in \mathbb{R}, f(u) \cdot f(v) < 0$ .

a) Arătați că  $a \neq 0$ .

b) Arătați că  $(\exists)t, t \in (u, v), f(t) = 0$ .

**SUBIECTUL III:**

Fie  $x, y, z$  numere reale pozitive cu proprietatea  $x + y + z = 1$ . Să se arate că:

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 10(xy + xz + yz) - 3.$$

În ce caz are loc egalitatea ?

**SUBIECTUL IV:**

În triunghiul  $ABC$  considerăm  $D \in [AB], E \in [BC], F \in [CA]$  astfel încât  $AD = \alpha DB, BE = \alpha EC, CF = \alpha FA$ , unde  $\alpha$  este un număr real pozitiv. Dacă  $M, N, P$  sunt puncte în planul  $(ABC)$  cu proprietatea  $\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{FP} = \vec{0}$ , să se demonstreze că  $\Delta ABC$  și  $\Delta MNP$  au același centru de greutate.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Timp de lucru 3 ore.**

**Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.**