INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-VRANCEA,

08.02.2020

CLASA A VII-A

1. Fie $a,b,c \in \{-1,1\}$ astfel încât $ab^2c^3=1$.

a). Să se arate că $|a+b-c|=1$ și $|ab+bc+ac-1|=2$.

b). Să se determine *x* din relația: $|ax+b|+|bx+c|+|cx+a|=|x+1|$.

2. a). Calculați numerele *a* și *b* unde: $a=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)-(\sqrt{3})^2$,

$b=\sqrt{3}+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{6}-\left(\frac{1}{\sqrt{8}}-\frac{1}{\sqrt{12}}\right)4\sqrt{6}-3\sqrt{2}$.

b). Să se determine perechile (a,b) cu $a,b \in \mathbf{Z}$ astfel încât să avem relația $a^2=2b^2$.

c). Să se determine $x,y \in \mathbf{Z}$ din relația $\left(\sqrt{(x-1)^2}-2\right)^2=2\left[(y+1)^2-9\right]^2$.

3. Fie $ABCD$ un trapez isoscel în care *AB* este baza mare, *BC=AD*, $AC \perp BD$, iar punctele T,N,S,M sunt mijloacele laturilor AB, BC, CD, DA. Să se arate că:

a). *MN=ST* și $AC^2=2MN^2$.

b). $NO \perp AD$, unde *O* este punctul de intersecție al diagonalelor.

4. Fie triunghiul *ABC* cu vârfurile situate pe cercul de centru *O* și rază *r*, și punctele *M* și *P* situate pe cerc astfel încât *OM* este mediatoarea lui *BC*, iar punctul P este situat pe cerc în interiorul $\sphericalangle ABC$ astfel încât măsura arcului *CP* este de 60^0. Se știe că *BC=2AB*, *AB=r* și $BP \cap AM=\{I\}$.

a). Calculați măsura $\sphericalangle AMO$.

b). Să se arate că *ABOP* este romb.

c). Să se arate că *CI* este bisectoarea $\sphericalangle ACB$.

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:
prof. Sfetcu Traian, Liceul Teoretic „Ioan Slavici” Panciu
prof. Tănasă Alexandru, Şcoala Gimnazială Urecheşti