1 a) $S=\frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}+\frac{1}{2+4+6}+\frac{1}{2+4+6+8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$

$S=\frac{30}{60}+\frac{10}{60}+\frac{5}{60}+\frac{3}{60}=\frac{48}{60}=\frac{4}{5}$..$2p$

b)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}+\frac{1}{2+4+6}+...+\frac{1}{2+4+6+...+2n}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2(1+2)}+\frac{1}{2(1+2+3)}+...+\frac{1}{2(1+2+3+...+n)}=$

$=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=$...$2p$

$=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$..$2p$

$n=1\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$n=2\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}=\frac{2}{3}$

$n=3\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}+\frac{1}{2+4+6}=\frac{3}{4}$

....

$n=2012\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2+4}+\frac{1}{2+4+6}+...+\frac{1}{2+4+6+...+4024}=\frac{2012}{2013}$

rezultă $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot...\cdot\frac{2011}{2012}\cdot\frac{2012}{2013}=\frac{1}{2013}$..$1p$

2. a) $n=a\cdot 10^5+b\cdot 10^4+c\cdot 10^3+d\cdot 10^2+a\cdot 10+b=10^4(10a+b)+10^2(10c+d)+10a+b=10^4(10a+b)+2\cdot 10^2(10a+b)+10a+b=(10a+b)(10^4+2\cdot 10^2+1)=\overline{ab}\cdot 10201=\overline{ab}\cdot 101^2$ ……………………………………………..4p

Deci n este divizibil cu 101. ………………………………………………………

b) $\overline{ab}\cdot 101^2$ pătrat perfect $\Leftrightarrow$ $\overline{ab}$ pătrat perfect (deoarece 101 este număr prim) …….2p

deci $\overline{ab}\in\{16,25,36,49,64,81\}$. Dar din $\overline{cd}=2\overline{ab}$ deducem $10\leq\overline{ab}<50$ deci $\overline{ab}\in\{16,25,36,49\}$ deci există patru numere pătrate perfecte cu proprietățile din enunț. ……………………………………………… 1p

3.a) $\overline{aaa}=111a=37\cdot 3a$ …………………………………………………………2p

b) Avem $1+2+3+.....+n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ si $\overline{aaa}=111\cdot a=3\cdot 37\cdot a$, deci egalitatea din enunț se scrie

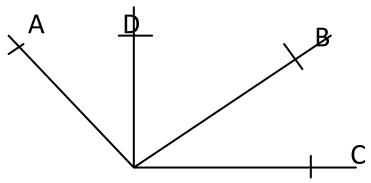
Barem clasa a VI-a

$\frac{n\cdot(n+1)}{2}=3\cdot 37\cdot a \Leftrightarrow n\cdot(n+1)=6\cdot a\cdot 37$. Întrucât numarul 37 este prim, el divide pe n sau pe $n+1$ deci $n \geq 36$ .Pentru $n = 36$ rezultă $a = 6$, iar $n = 37$ nu verifică……………………………3p

Deoarece 37 divide pe n sau pe $n+1$ următorul caz ar fi $n = 73$ sau 74, dar
$6a \cdot 37 \leq 6 \cdot 9 \cdot 37 = 1998$ și $73 \cdot 74 = 5402$, deci nu mai avem alte soluții……………………….2p

Deci $n = 36$, $a = 6$

4. a) Va rezulta m$(\widehat{AOC})$= 120° ……………………………………………………….3 p



b) Deoarece m$(\widehat{BOC})$ + $\frac{m(\widehat{AOB})}{2}$ = 85° și m$(\widehat{BOC})$ + m$(\widehat{AOB})$ = 120° rezultă că $\frac{m(\widehat{AOB})}{2}$ = 35°, deci m$(\widehat{AOB})$ = 70° , m$(\widehat{BOC})$ = 50° ……………………………………… 4 p

Barem clasa a VI-a