

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
17.02.2018

CLASA a VIII-a

Subiectul I

a. Arătați că $\sqrt{1 + \frac{1}{k^2} + \frac{1}{(k+1)^2}} = 1 + \frac{1}{k(k+1)}, \forall k \in \mathbb{N}^*.$

b. Arătați că:

$$\frac{3}{2} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2018^2} + \frac{1}{2019^2}} \in (2018, 2019)$$

Subiectul II

Prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are $AB = AA'$.

- a) Determinați poziția punctului $T \in BB'$ pentru care perimetrul triunghiului $A'TC'$ este minim.
- b) Studiați dacă $(BAC') \perp (TA'C)$.

Subiectul III

Fie $ABCD A'B'C'D'$ cub și punctele M, N centrele fețelor $BCC'B'$, respectiv $A'B'C'D'$. Planul (AMN) intersectează muchia $B'C'$ în punctul P .

a) Să se determine valoarea raportului $\frac{B'P}{PC'}$.

b) Să se arate că intersecția planului (AMN) cu fețele cubului este un romb.

Subiectul IV

Să se arate că numărul $\sqrt{n + \sqrt{n+1}}$ este irațional pentru orice număr natural n .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore

