

Etapa locală a Olimpiadei Naționale de Matematică
Craiova, 16 februarie 2014

Clasa a IX-a

Problema 1. Să se nege următoarea propoziție : Plouă, deci îmi iau umbrela!

Problema 2. Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere reale nenule. Să se arate că acest șir este o progresie aritmetică dacă și numai dacă pentru orice $n \geq 2$ este verificată relația

$$\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_2 x_3} + \dots + \frac{1}{x_{n-1} x_n} = \frac{n-1}{x_1 x_n}.$$

Problema 3. Pe laturile AB , BC , CA ale unui triunghi ABC se consideră punctele C' , A' și respectiv B' astfel încât $\frac{AC'}{C'B} = \frac{BA'}{A'C} = \frac{CB'}{B'A}$. Să se arate că segmentele AA' , BB' , CC' pot forma un triunghi.

Problema 4. Pe laturile AB , BC , CA ale unui triunghi ABC se consideră punctele C' , A' și respectiv B' astfel încât $\frac{AC'}{C'B} = \frac{BA'}{A'C} = \frac{CB'}{B'A} = k$. Să se determine valorile raportului k pentru care triunghiurile ABC și $A'B'C'$ au același centru de greutate.

Notă:

- Timp de lucru: 3 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Fiecare subiect va fi notat cu puncte între 1 și 7.