INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 16.02.2013

Clasa a VII-a

Subiectul 1

a) Arătați că nu există pătrate perfecte de forma 5n + 2, unde $n \in N$.

b) Arătați că numărul $x = \sqrt{2^{2009} + 2^{2008} + 2^{2007} + 2^{2006} + 7} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$.

Subiectul 2

a) Să se demonstreze că $\sqrt{(1+2+3+\cdots+2012)^2 + 2013^3} = 1+2+3+\cdots+2013$.

b) Fie mulţimile $A = \left\{x \in Z \middle| x = \frac{3a+1}{3a-5},\ a \in N\right\}$ şi $B = \left\{y \in Z \middle| y = \frac{4b+1}{4b-1}, b \in N\right\}$.

Determinați mulţimea $A \cap B$.

Subiectul 3

In trapezul *ABCD* cu $AB \parallel CD, AB = 6cm, CD = 2cm$. Punctele *M* şi *N* sunt mijloacele diagonalelor *AC* , respectiv*BD*. Dacă punctul G este centrul de greutate al triunghiului *CDM* şi $m(\widehat{GMN}) = 90^0$, să se demonstreze că *ABCD* este trapez dreptunghic.

Jurubiţă Nicolae.

Subiectul 4

In paralelogramul *ABCD*, $AC \cap BD = \{O\}, AB = 9cm$ şi $BC = 3cm$.

Construim bisectoarea *AP* a unghiului $\widehat{BAD}, P \in BC$ şi apoi $DN \perp AP, N \in BC$.

Notăm $AP \cap CD = \{L\}, DN \cap AC = \{M\}, AP \cap BD = \{E\}$ şi $AD \cap EN = \{R\}$.

a) Demonstraţi că $LO \perp AP$ şi determinaţi valoarea raportului $\frac{LO}{DN}$.

b) Demonstraţi că $ME \parallel BC$ şi determinaţi valoarea raportului $\frac{EM}{NP}$.

c) Demonstraţi că *AN*, *CD* şi *PR* sunt drepte concurente.

Pîrvu Mihai

Notă:
Timp de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu