

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**– ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026–****Clasa a X-a****SUBIECTUL 1 (22,5p)**

10,5p a) Să se determine numărul real $m > 0$ pentru care $\log_2 m + \log_{2^{12}} m + \log_{2^{20}} m + \log_{2^{30}} m = 2026$

12p b) Se consideră numerele $a, b \in (1, \infty)$ și $n \in \mathbb{N}^*$. Determinați numărul natural $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $\log_{a^6} b + \log_{a^{12}} b + \log_{a^{20}} b + \dots + \log_{a^{n(n+1)}} b = \frac{7}{18} \log_a b$

*Prof. Sânziana Dumitran***SUBIECTUL 2 (22,5p)**

Se consideră funcția $f: (1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, dată de $f(x) = \frac{\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} + \sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}}{\sqrt{\sqrt{x} + 1}}$.

11,5p a) Să se calculeze $\left(\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} + \sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}\right)^2$, $x \in (1, \infty)$

11p b) Să se arate că f nu este nici injectivă, nici surjectivă.

SUBIECTUL 3 (22,5p)

Determinați $z_1, z_2 \in \{z = x + yi | x, y \geq 0\}$ cu $z_1 \cdot z_2 = 2i$ și $|z_1 + z_2| = 2$

*SUPLIMENT GAZETA MATEMATICĂ***SUBIECTUL 4 (22,5p)**

Arătați că singura funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care verifică relațiile $f(x) \leq x$ pentru orice x real și $f(x+y) \leq f(x) + f(y)$ pentru orice x, y reale, este funcția identică $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.