



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, Iași

14.02.2014

CLASA a XI-a

Problema 1.

Să se studieze convergența șirului $(x_n)_{n \geq 1}$, dacă $x_1 = a \in \mathbb{R}$ și $x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1$, pentru orice $n \geq 1$.

Problema 2.

Fie $A \in M_2(\mathbb{C})$ astfel încât $\det(A) = 1$. Să se arate că : $\det(A^2 + A - I_2) + \det(A^2 + I_2) = 5$.

Problema 3.

Fie G mulțimea matricelor pătratice de ordinul 3 care au elementele egale cu -1 sau 1 .

a) Câte elemente are mulțimea G ?

b) Determinați mulțimea $\{\det(A) | A \in G\}$.

Problema 4.

Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+2^2} + \dots + \frac{1}{n+2^n} \right) = 0$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.