MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN MARAMUREŞ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 9 februarie 2013

CLASA a IX– a

1. a) Să se determine cel mai mic numar real m știind că $(x+y+z)^2 \le m(x^2+y^2+z^2), \forall x,y,z \in \mathbb{R}$.

b) Să se determine numerele reale x,y,z,t știind că $x+y+z+t=5$ și $x^2+y^2+z^2+t^2=43$, iar t este minim.

Gheorghe Boroica

2. Se consideră șirul $(a_n)_{n\ge 1}$ definit prin $a_n=(n+2)\cdot(n+4)\cdot(n+6)\cdot\ldots\cdot 3n$.

a) Să se arate ca a_n divide pe a_{n+2}, pentru $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Să se arate că $3^{\left[\frac{n+1}{2}\right]}$ divide pe a_n, $\forall n \in \mathbb{N}^*$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x.

3. Fie triunghiul ABC și A',B',C' picioarele bisectoarelor din A,B respectiv C.

a) Să se arate că $\overrightarrow{AA'}=\dfrac{b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}}{b+c}$, unde $b=AC, c=AB$.

b) Să se arate că $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0} \Leftrightarrow \Delta ABC$ este echilateral .

4. Fie a,b,c numere întregi, cu $a^2-4b=c^2$. Să se arate că numărul a^2-2b se scrie ca sumă de două pătrate perfecte .

G.M 9/2012

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.
Subiectele au fost propuse şi selectate de către:

prof. Boroica Gheorghe, Colegiul Naţional „Gheorghe Sincai”, Baia Mare.
prof. Zlampareț Horia, Colegiul Naţional „Vasile Lucaciu”, Baia Mare.

SUCCES!