

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală Dâmbovița – 21 Februarie 2016

CLASA A IX-A

Subiectul 1. Demonstrați că, pentru orice număr natural $n \geq 1$, are loc inegalitatea:

$$\sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + \dots + \sqrt{n(n+1)} < \frac{n(n+2)}{2}.$$

Subiectul 2. Într-o progresie geometrică, termenii de rang m, n, p sunt respectiv a, b, c (nenuli). Demonstrați că: $a^{n-p} \cdot b^{p-m} \cdot c^{m-n} = 1$.

Subiectul 3. Rezolvați în numere reale sistemul:

$$\frac{xy}{-4x+3y} = \frac{yz}{4z-3y} = \frac{zx}{2z-3x} = \frac{x^2+y^2+z^2}{14}.$$

GM

Subiectul 4. Pe laturile unui triunghi ABC se construiesc în exterior triunghiurile echilaterale ABM, BCN, CAP cu centrele C_1, A_1 , respectiv B_1 . Notăm cu G, G', G'' centrele de greutate ale triunghiurilor $ABC, A_1B_1C_1$, respectiv MNP . Demonstrați că: $\overrightarrow{G'G''} = \frac{2\overrightarrow{GG''}}{3}$.

GM