

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

27 ianuarie 2018

CLASA A VIII-A

- 1.) Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = a^2 + b^2, a, b \in \mathbb{Z}\}$. Arătați că:
- a) $170 \in A$ și $71 \notin A$
 - b) dacă $x, y \in A$, atunci $x \cdot y \in A$.
- 2.) Comparați numerele a^{-b} și b^{-a} , dacă $\overline{ab}$ este cel mai mare număr natural pentru care $\overline{ab} \leq 120 \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{45}} + \frac{5}{\sqrt{80}} - \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} \right)$.
- 3.) Orașele A , B și C determină pe hartă un triunghi dreptunghic în B . Cele trei orașe sunt legate printr-o singură cale ferată care leagă în linie dreaptă orașele A și B , respectiv B și C . Dacă s-ar realiza legătură directă între orașele A și C , printr-o cale ferată tot în linie dreaptă, atunci distanța parcursă cu trenul s-ar micșora cu 100 km față de distanța precedentă. Știind că distanța dintre orașele B și C este 200 km, determinați distanța dintre orașele A și B !
- 4.) Se consideră piramida regulată $ABCD$ cu baza BCD triunghi echilateral, $BC = 12$ cm, $AB = 6\sqrt{2}$ cm. Fie punctele M și N mijloacele laturilor $[BC]$, respectiv $[CD]$.
Determinați:
- a) măsura unghiului format de dreptele AN și BD ,
 - b) sinusul unghiului format de dreptele AM și BN .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore