

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ - 24 februarie 2019

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I (7p)

- a) Se consideră numerele $x = 19 - 4\sqrt{21}$, $y = 31 + 4\sqrt{21}$ și $z = 34 + 6\sqrt{21}$. Calculați $\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{z}$.
- b) Arătați că ecuația $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{1009}} + \frac{1}{\sqrt{2018 - x} + \sqrt{1009}} = \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{2018 - x}}$ are 2019 soluții în mulțimea numerelor întregi.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL II (7p)

Fie $ABCD$ un pătrat, punctul M simetricul lui B față de A și $N \in (AC)$ astfel încât $m(\widehat{AMN}) = 15^\circ$.

Arătați că $MN = AC$.

SUBIECTUL III (7p)

Se consideră șirul de numere $\sqrt{23}$, $\sqrt{56}$, $\sqrt{89}$, $\sqrt{1112}$, ..., $\sqrt{20182019}$.

- a) Al câtelea termen este $\sqrt{20182019}$? Scrieți al 2018-lea termen.
- b) Demonstrați că orice termen al șirului este număr irațional.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL IV (7p)

Fie ABC un triunghi isoscel cu $AB = AC$, M un punct pe dreapta AB cu $B \in (AM)$, N pe dreapta AC cu $N \in (AC)$ și $BM = CN$, iar $MN \cap BC = \{T\}$.

- a) Să se arate că T este mijlocul segmentului MN .
- b) Să se arate că $MN > BC$.

NOTĂ: Timp de lucru: 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.