BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
Clasa a V-a

1.a) Aflați 11 numere naturale consecutive a căror sumă să fie 99.

b) Un număr natural de patru cifre are primele două cifre identice, iar cifra unităţilor 5. Acest număr se împarte la un număr de două cifre şi se obţine restul 98. Aflaţi deîmpărţitul, împărţitorul şi câtul.

Prof. Ana Marcela Popa

***Soluție*:**

a) (a+1)+(a+2)+(a+3)+... +(a+11)=99 $\Leftrightarrow$ 11a+66=99 $\Leftrightarrow$ a=3. Numerele sunt 4,5,6,...,14

b) Notăm $\overline{aab5}$, a $\neq$ 0 numărul natural considerat.

$\overline{aab5} = \overline{xy} \cdot q + 98,\ 0 \leq 98 < \overline{xy} \Rightarrow \overline{xy} = 99$.

$\overline{aab5} = 99 \cdot q + 98$. $\Rightarrow$ ultima cifră a lui $99 \cdot q + 98$ este 5 și deci ultima cifră a lui q este 3.

$1105 \leq \overline{aab5} \leq 9995 \Rightarrow 1105 \leq 99 \cdot q + 98 \leq 9995 \Rightarrow 11 \leq q \leq 99$ şi, cum ultima cifră a lui q este 3,
$\Rightarrow q \in \{13, 23, 33, \ldots, 93\}$.
Deîmpărţitul este 3365, împărţitorul este 99 şi câtul este 33.

Barem

a)	(a+1)+(a+2)+(a+3)+... +(a+11)=99	*2 p*
	Numerele sunt 4,5,6,...,14	*1 p*
b)	$\overline{aab5}$ = x · q + 98, 0 ≤ 98 < x	*1 p*
	ultima cifră a lui 99 · q + 98 este 5 și U(q)= 3	*1 p*
	Verificare pentru q ∈ {13, 23, 33, …, 93}	*1 p*
	Deîmpărţitul este 3365, împărţitorul este 99 şi câtul este 33	*1 p*

2. Dacă un număr natural se citeşte la fel de la stânga la dreapta şi de la dreapta la stânga, atunci el se numeşte "număr-oglindă".

a) Câte "numere-oglindă" cu trei cifre sunt?
b) Calculaţi suma "numerelor-oglindă" de trei cifre pentru care cifra zecilor este egală cu suma celorlalte două cifre;
c) Determinaţi câtul şi restul împărţirii lui $1\underbrace{00...0}_{2k}1$ la 11, unde $k \in \mathbb{N}$;
d) Arătaţi că orice "număr-oglindă" care are un număr par de cifre se divide la 11.

Prof. Stela Boghian

Solutie

a) Numerele sunt de forma $\overline{aba}$ unde a poate lua 9 valori distincte iar b 10 valori distincte. In total sunt 90 de numere.
b) b=2a , b≤8, a≠0, $(a,b) \in \{(1,2);(2,4);(3,6);(4,8)\}$. Suma este $121+242+363+484=1210$.
c) $1\underbrace{0000...00}_{2k}1:11=9\underbrace{090909...09}_{(k-1)\text{ grupe }09}1$; Câtul este $9\underbrace{090909...09}_{(k-1)\text{ grupe }09}1$ și restul este 0
d)
$\overline{a_1a_2...a_na_n...a_2a_1} = a_1 \cdot \overline{1\underbrace{0...0}_{2(n-1)}1} + a_2 \cdot \overline{1\underbrace{0...0}_{2(n-2)}1} + ... + a_n \cdot 11$ si fiecare număr de forma $1\underbrace{0000...00}_{2k}1$ este divizibil cu 11 (conform c sau se poate arăta cu un criteriu de divizibilitate cu 11).
În concluzie, orice "număr-oglindă" care are un număr par de cifre se divide la 11.

Barem

a)	Sunt 90 de numere	*2 p*
b)	$121+242+363+484=1210$	*2 p*
c)	Câtul este $1\underbrace{0000...00}_{2k}1:11=9\underbrace{090909...09}_{(k-1)\text{ grupe }09}1$; restul este 0.	*1 p*
d)	$\overline{a_1a_2...a_na_n...a_2a_1}=a_1\cdot\overline{1\underbrace{0...0}_{2(n-1)}1}+a_2\cdot\overline{1\underbrace{0...0}_{2(n-2)}1}+...+a_n\cdot 11$	*1 p*
	Fiecare termen al sumei se divide cu 11. Finalizare	*1 p*

3. Fie numărul natural A= $2^{2013n}+3^{2013n}+5^{2013n}+7^{2013n}$

a) Calculați A dacă n=0.

b) Calculați ultima cifră a număului A dacă n=1.

c) Arătați ca A nu este pătrat perfect oricare ar fi numărul natural nenul n .

Prof. *Dorel Ispăşoiu*

Solutie

a) Dacă n=0 atunci A= 1+1+1+1=4

b) Dacă n=1 atunci

A= $2^{2013}+3^{2013}+5^{2013}+7^{2013}\Rightarrow U(A)=U(2^{4\cdot503+1}+3^{4\cdot503+1}+5^{2013}+7^{4\cdot503+1})=U(6\cdot2^1+1\cdot3^1+5^1+1\cdot7^1)$

$=U(2^1+3^1+5^1+7^1)=7$

c) 2013n=4 · 503n+n $\Rightarrow U(A)=U(2^{2013n}+3^{2013n}+5^{2013n}+7^{2013n})=U(2^{4\cdot503n+n}+3^{4\cdot503n+n}+5+7^{4\cdot503n+n})=$

$=U(6\cdot2^n+1\cdot3^n+5+1\cdot7^n)=U(2^n+3^n+5+7^n)$

Cazul I: n=4k $\Rightarrow$ U(A)=U($2^{4k}+3^{4k}+5+7^{4k}$)=U(6+1+5+1)=3 $\Rightarrow$ A nu este patrat perfect,

Cazul II: n=4k+1 $\Rightarrow$U(A)=U($2^{4k+1}+3^{4k+1}+5+7^{4k+1}$)=U($2^1+3^1+5^1+7^1$)=7 $\Rightarrow$ A nu este patrat perfect,

Cazul III: n=4k+2 $\Rightarrow$U(A)=U($2^{4k+2}+3^{4k+2}+5+7^{4k+2}$)=U($2^2+3^2+5^2+7^2$)=7 $\Rightarrow$ A nu este patrat perfect

Cazul IV: n=4k+3 $\Rightarrow$U(A)=U($2^{4k+3}+3^{4k+3}+5+7^{4k+3}$)=U($2^3+3^3+5^3+7^3$)=3 $\Rightarrow$ A nu este patrat perfect.

Barem

a)	A= 1+1+1+1=4	*1 p*
b)	Aflarea ultimei cifre pentru fiecare din cei patru termeni	*2 p*
	U(A)=7	*1 p*
c)	$U(A)=U(2^{2013n}+3^{2013n}+5^{2013n}+7^{2013n})=U(2^n+3^n+5+7^n)$	*1 p*
	Aflarea ultimei cifre pentru fiecare din cele patru cazuri şi interpretare	*2 p*

Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător