

Olimpiada de matematică,faza locală,clasa a 11-a,Blaj,16.02.2013

1.(7p) Se consideră şirul $(x_n)_{n \geq 1}$ de numere reale pozitive cu $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$. Să se calculeze:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2} + \sqrt{x_2^2 - x_2 x_3 + x_3^2} + \dots + \sqrt{x_{n-1}^2 - x_{n-1} x_n + x_n^2} + \sqrt{x_n^2 - x_n x_1 + x_1^2}}{n}.$$

Florin Rotaru, G.M.nr.4/2012

2.(7p) Să se calculeze limitele şirurilor $(x_n)_{n \geq 1}$ şi $(y_n)_{n \geq 1}$ definite prin $x_1 = \frac{2}{5}$, $y_1 = \frac{3}{4}$ şi $x_{n+1} = \frac{x_n^3}{x_n^2 + x_n y_n + y_n^2}$, $y_{n+1} = \frac{y_n^3}{x_n^2 + x_n y_n + y_n^2}$, oricare ar fi $n \geq 1$.

Ioan Cuc, G.M.nr3/2012

3.(7p) Cu notaţiile obişnuite într-un triunghi ABC, arătaţi că:

$$\begin{vmatrix} -a & a - 2c \cdot \cos B & a \\ b & -b & b - 2a \cdot \cos C \\ c - 2b \cdot \cos A & c & -c \end{vmatrix} = 0.$$

Benedict G.Niculescu

4.(7p) Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ şi $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Determinaţi o matrice nesingulară $C \in M_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AC = CD$ şi calculaţi A^n , $n \geq 2$, folosind matricea C .

Gheorghe Dicu, Petrică Dicu

Selectate de prof. Păcurar Cornel-Cosmin