

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 17.02.2018
Clasa a VII-a

1. i) Arătați că există numerele $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ astfel încât: $a + b - ab$ este număr întreg
ii) Determinați perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a + b - ab = 5$.
2. Să se arate că $3^{2017} + 4^{2017} + 5^{2017} < 6^{2017}$
3. Se consideră triunghiul ABC , $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $AC < AB$. Pe $AC, (AB), BC$ se iau respectiv punctele E, F și D (diferite de vârfurile triunghiului) astfel încât $AC = AE = AF = AD$. Demonstrați că $m(\sphericalangle EDF) = 45^\circ$.
4. Se consideră un paralelogram $ABCD$ și $M \in (BC)$ astfel încât $2 \cdot BM = BC$. Se notează $(AM) \cap (BD) = \{N\}$.
 - i) Determinați numărul rațional p , pentru care $p \cdot BN = BD$.
 - ii) Calculați aria triunghiului BNM , știind că aria triunghiului ABC este egală cu 30 cm^2

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii
2. Timpul de lucru este de trei ore
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 7 puncte