

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 18.02.2018

Filieră teoretică: profil real-științe ale naturii

Clasa a XI –a

1. a) Să se determine matricele $A \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $\det A = 1$ și $A + A^t = O_2$, unde A^t este transpusa matricei A .
 b) Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = A - A^t$. Calculați B^{2018} .

2. a) Se consideră punctele $A(1, -3)$ și $B(2, 1)$ și funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 2$.
 Să se determine punctul $P(x, y)$ situat pe graficul funcției f , pentru care aria triunghiului PAB este minimă.
 b) Să se rezolve ecuația: $\begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^{-a} & e^{-x} \\ e^{-a} & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{2a} \end{vmatrix} = 0, \quad a \in \mathbb{R}.$

3. Să se calculeze următoarele limite:
 - a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [2\ln(x^2 + 1) - \ln(3x^4 - 2x^2 + 1)]$
 - b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (a_1\sqrt{x} + a_2\sqrt{x+1} + \dots + a_n\sqrt{x+n-1})$, dacă $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$
 - c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)(1-\cos 2x) \dots (1-\cos 2018x)}{(\arctg x \cdot \arctg 2x \dots \arctg 2018x)^2}$

4. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$.
 - a) Să se determine asimptotele la graficul funcției;
 - b) Să se calculeze în funcție de parametrul real $a, a \geq 0$ următoarea limită

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax^2 + 3x + 2} + x - f(x)).$$

Notă:

- Fiecare problemă este obligatorie.
- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu
- Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 18.02.2018

Filieră tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XI -a

1. Fie $A \in M_2(R)$ $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, $a \in R$
 - a) Determinați $a \in R$ știind că $A^2 = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$.
 - b) Pentru $a = 2$ rezolvați în R^* , ecuația $\det(A + xI_2) = 4$.
 - c) Calculați A^{2018} .

2. Se consideră triunghiul ABC unde $A(-4, -1)$; $B(1, -3)$; $C(2, 1)$ și funcția $f: R \rightarrow R$ $f(x) = x^2 + 2$.
 - a) Să se determine ecuația mediatoarei laturii AC;
 - b) Să se calculeze lungimea înălțimii din B;
 - c) Să se determine punctul $P(x, y)$ situat pe graficul funcției f , pentru care aria triunghiului PBC este minimă.

3. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} 1 - a^2x, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$.
 - a) Determinați $a \in R$, $a < 0$, pentru care funcția f are limită în punctul $x_0 = 1$;
 - b) Să se calculeze

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(e^{x^{2018}}) + f(e^{2 \cdot x^{2018}}) + \dots + f(e^{2018 \cdot x^{2018}})}{x^{2018}}.$$

4. Fie funcția $f: D \rightarrow R$ $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x+1}$, $a \in R$.
 - a) Să se determine domeniul de definiție al funcției;
 - b) Pentru $a = 2$ să se determine asimptota verticală a funcției;
 - c) Să se determine $a \in R$ astfel încât dreapta $y = x + 2$ să fie asimptotă a funcției f .

Notă:

- Fiecare problemă este obligatorie.
- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu
- Timp de lucru: 3 ore.

**Concursul Național de Matematică Aplicată
 „Adolf Haimovici”**

Etapă pe centru – 18.02.2018

Filieră tehnologică: profil tehnic

Clasa a XI-a

1. Fie matricea $A(x) \in M_2(R)$ $A(x) = \begin{pmatrix} 2+x & -x \\ x & 2-x \end{pmatrix}$.
 - a) Calculați $A(0) \cdot A(1) - A(2)$;
 - b) Rezolvați în R^* , ecuația $\det A(x) = 4 + x + x^2$.
 - c) Calculați $A(0)^{2018}$.

2. Fie punctele $A(3, 2)$ și $B(2, 4)$.
 - a) Să se determine coordonatele simetricului lui A față de B;
 - b) Să se determine ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$;
 - c) Să se determine punctele M situate pe dreapta $x - y - 3 = 0$ pentru care $A_{\Delta OAM} = A_{\Delta OBM}$.

3. Fie $f_n : R - \{-2, 2\} \rightarrow R$, $f_n(x) = \frac{x^n - 6x + 8}{4 - x^2}$, $n \in N$.
 - a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 2} f_2(x)$
 - b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f_1(x) - x]$,
 - c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x)$, $n \in N$;

4. Fie funcția $f : D \rightarrow R$ $f(x) = \frac{x^2 + ax}{x+1}$, $a \in R$.
 - a) Să se determine domeniul de definiție al funcției;
 - b) Pentru $a = 2$ să se determine asimptota verticală a funcției;
 - c) Să se determine $a \in R$ astfel încât dreapta $y = x + 2$ să fie asimptotă a funcției f.

Notă:

- Fiecare problemă este obligatorie.
- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu
- Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapă pe centru – 18.02.2018

Filieră teoretică: profil umanist- științe sociale

Clasa a XI-a

1. Într-o bibliotecă sunt 20 000 de cărți din care 16 000 sunt cărți de literatură iar 15,2% din rest sunt de tehnică.
 - a) Cât la sută din numărul total de cărți reprezintă cele de literatură?
 - b) Câte cărți de tehnică sunt în bibliotecă?
 - c) Cât la sută din totalul cărților din bibliotecă reprezintă alte specialități decât cele menționate?
2. Distribuția unui lot de piese după diametrul lor este dată în următorul tabel:

Diametrul (mm)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)
Frecvența absolută	10	15	12	18	5

- a) Calculați valoarea medie.
 - b) Calculați dispersia și abaterea medie pătratică.
 - c) Să se traseze histograma asociată seriei statistice.
- 3..a) Conducerea unei întreprinderi a cerut un studiu statistic privind distribuția muncitorilor în întreprindere după producția individuală obținută într-o lună. Să se precizeze populația statistică, unitatea statistică, caracteristica și tipul acesteia în acest studiu.
 - b) Se consideră seria statistică reprezentând distribuția unui eșantion de 120 de tineri, în funcție de numărul de cărți împrumutate de la bibliotecă într-un semestru. Să se reprezinte grafic prin batoane datele din acest tabel.

Număr cărți	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Număr cititori	2	8	10	18	20	25	22	5	10

4. Repartiția elevilor unei clase după media generală obținută la sfârșitul clasei a IX-a este redată în tabelul următor:

Media generală	8,50 – 9,00	9,00 – 9,50	9,50 - 10
Număr elevi	4	10	10

Să se calculeze valoarea medie, dispersia și abaterea medie pătratică pentru seria statistică obținută.

Notă:

- Fiecare problemă este obligatorie.
- Punctaj: 10 puncte pentru fiecare problemă, din care 1 punct din oficiu
- Timp de lucru: 3 ore.