



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 25 FEBRUARIE 2023

Clasa a VII-a

Problema 1. Se consideră numerele: $m = \sqrt{(5-3\sqrt{3})^2} + \sqrt{(3\sqrt{3}+5)^2}$,

$$n = \sqrt{3}^{-1} \cdot \sqrt{20 - \sqrt{20 - \sqrt{5^2 - 3^2}}}, \quad p = (2022^{2022})^{2022^{2022}}, \quad q = 2022^{2022^{2023}} \text{ și } s = mn + \sqrt{\frac{p}{q}}.$$

Aflați numărul real x știind că $[2x - 2023] = x + s$, unde cu $[a]$ s-a notat partea întreagă a numărului real a .

Problema 2. Numerele raționale nenule x, y, z verifică egalitatea $xy + yz + zx = 10xyz$.

a) Găsiți un triplet (x, y, z) care verifică egalitatea de mai sus.

b) Calculați valoarea expresiei $E = \frac{x+202}{x} + \frac{y+202}{y} + \frac{z+202}{z}$.

Problema 3. Se consideră un triunghi ABC în care AD este mediană, $D \in BC$ și CE este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ACB$, $E \in AB$. Dacă $AC \equiv CD$ și $CE \equiv EB$, arătați că:

a) $CE \perp AD$;

b) $\triangle ADE$ este isoscel;

c) $\sphericalangle ABC = 30^\circ$.

Problema 4. Fie M un punct pe latura BC a paralelogramului $ABCD$ și E punctul de intersecție a dreptelor BD și AM . Demonstrați că aria triunghiului AED este egală cu suma ariilor triunghiurilor DCM și EMB .

S.G.M. nr.10/2022

Succes !

Baremul de notare:

Problema 1. 7 p; **Problema 2.** a) 3 p, b) 4 p; **Problema 3.** a) 2 p, b) 2 p, c) 3 p;

Problema 4. 7 p