

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
 ETAPA LOCALĂ – 21.02.2014
 SUBIECTE clasa a XII-a MATEMATICĂ-INFORMATICĂ

1.	Fie $(G, \cdot)$ un grup și $f: G \rightarrow G$ $f(x)=x^2$. Dacă f este morfism atunci să se demonstreze că $(G, \cdot)$ este grup abelian.
2.	Se consideră mulțimea $G = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ și legea "*" defintă astfel: $x * y = \arcsin \frac{\sin x + \sin y}{1 + \sin x \sin y}, (\forall) x, y \in G$ a. Demonstrați că $(G, *)$ este grup abelian b. Știind că mulțimea $(H, \circ)$ este grup unde $H=(-1,1)$, iar $x \circ y = \frac{x+y}{1+xy}, (\forall) x, y \in H$ Demonstrați că $(H, \circ) \cong (G, *)$.
3.	Calculați $I = \int \frac{1+\sin x}{1+\cos x} e^x dx, x \in (0, \pi)$.
4.	Fie $f: [0,1] \rightarrow [a,b]$ continuă cu $\int_0^1 f(x)dx = 0$. Să se arate că $\int_0^1 f^2(x)dx \leq -ab$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

SUCCES !