INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE

MINISTERUL
EDUCAŢIEI
NAŢIONALE

Olimpiada de matematică – clasa a VII-a
etapa zonală – 9 februarie 2013

SUBIECTE

1. Fie a,b,c numere naturale astfel încât $a\sqrt{2+\sqrt{3}}-b\sqrt{2-\sqrt{3}}-c\sqrt{2}=0$
Să se demonstreze că $\sqrt{bc}\in\mathbb{N}$

2. Să se determine valoarea lui n, dacă

$$\frac{2}{3\cdot5}+\frac{4}{5\cdot9}+\frac{8}{9\cdot17}+\ldots+\frac{2^n}{\left(2^n+1\right)\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2^{2012}-1}{\left(2^{2013}+1\right)}.$$

3. Tei persoane au cumpărat portocale dintr-un coş. Primul a cumpărat jumătatea portocalelor şi o jumătate de portocală. Al doilea jumătate din portocalele rămase şi o jumătate de portocală. Al treilea jumătate din ce a rămas şi o jumătate de portocală. În coş au mai rămas 4 portocale. Câte portocale au fost în coş dacă nu s-a tăiat nicio portocală. Câte portocale au cumpărat fiecare?

4. În triunghiul ABC unghiul format de latura BC şi înălţimea CD este congruent cu unghiul format de latura AB şi bisectoarea AE a unghiului A şi $CD\cap AE=\{H\}$

a) Ce fel de triunghi este ABC?
b) Să se demonstreze că $BH\perp AC$

5. În triunghiul ABC din punctul A ducem perpendicularele pe bisectoarele exterioare ale unghiurilor B şi C. Picioarele perpendicularelelor fie M respectiv N şi $BM\cap CN=\{I\}$.

a) Să se demonstreze că AI este bisectoarea unghiului A
b) Să se demonstreze că $MN=\frac{A_{ABC}}{2}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 10 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.