

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****ETAPA LOCALĂ – 25 FEBRUARIE 2023****Clasa a VI-a**

Problema 1. Determinați numerele naturale x și y care verifică egalitatea $\frac{x+2}{2} - \frac{3}{y+1} = 5$

S.G.M. nr. 9/ 2022

Problema 2. În jurul punctului O considerăm unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$, $\sphericalangle EOF$ și $\sphericalangle FOA$, astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle DOE$ sunt opuse la vârf, măsurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle COD$ sunt direct proporționale cu numerele 3, 5 și 7, iar măsurile $\sphericalangle EOF$ și $\sphericalangle FOA$ sunt invers proporționale cu numerele 3 și 5.

a) Demonstrați că $OB \perp OF$.

b) Dacă semidreapta OM este bisectoarea unghiului EOC , demonstrați că $\sphericalangle EOM \equiv \sphericalangle BOC$.

Problema 3. Fie n un număr natural astfel încât punctele $A, A_1, A_2, \dots, A_n, B$ sunt coliniare în această ordine, iar lungimile segmentelor $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n, A_nB$ se exprimă prin numerele naturale distincte care formează mulțimea divizorilor naturali ai lui 2023.

a) Determinați valoarea lui n .

b) Arătați că lungimea segmentului AB este mai mică decât 2500.

Problema 4. a) Determinați perechile de numere naturale (a, b) care verifică relația $a^2 + b^2 = 293$.

b) Determinați toate tripletele (x, y, z) de numere naturale care verifică relația: $x^2 + y^2 + 2022z^2 = 2023$.

Succes !

Baremul de notare:

Problema 1. 7p **Problema 2.** a) 5p; b) 2p **Problema 3.** a) 3p; b) 4p **Problema 4.** a) 2p; b) 5p