

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 FEBRUARIE 2019**

CLASA a VI-a

Subiectul 1. Pentru numerele naturale nenule a , b și c considerăm numerele $A = \frac{2004 \cdot a + 2005 \cdot c}{2005 \cdot b + 2004 \cdot c}$,

$$B = \frac{2004 \cdot c + 2005 \cdot b}{2005 \cdot a + 2004 \cdot b} \text{ și } C = \frac{2004 \cdot b + 2005 \cdot a}{2005 \cdot c + 2004 \cdot a}.$$

- a. Calculați $A \cdot B \cdot C$.
- b. Determinați numerele naturale nenule a , b și c știind că numerele A , B și C sunt simultan numere naturale.

Subiectul 2. Determinați numerele naturale x, y, z , știind că: $x^2 + y^2 + z^2 = 2019$ și

$$\frac{x}{x+43} = \frac{y}{y+7} = \frac{z}{z+11}.$$

Subiectul 3. Se consideră unghiul AOB ascuțit și semidreapta $(OC$, semidreapta opusă semidreptei $(OA$. Construim $OD \perp OA$ și $OE \perp OB$ astfel încât punctele D și E sunt de aceeași parte cu B față de dreapta AC . Semidreapta $(OF$ este bisectoarea unghiului AOE .

- a. Demonstrați că $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle COE$ sunt complementare.
- b. Demonstrați că $(OF$ este bisectoarea unghiului BOD .
- c. Dacă se știe și că măsura unghiului AOB este o treime din măsura unghiului COE , calculați măsura unghiului AOF .

Subiectul 4. Pe cercul $C(O, r)$, $r = 3\text{cm}$ se consideră punctele B , T și M astfel încât măsura

arcului mic $\widehat{BT}$ este de 70° iar segmentul BM este diametru. Tangenta la cerc în punctul T intersectează dreapta BM în punctul A . O paralelă dusă prin punctul B la OT interesează TM în punctul N și AT în punctul C .

- a. Realizați desenul.
- b. Calculați măsurile unghiurilor triunghiului MBN .
- c. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

Obs. Se acceptă faptul că, într-un triunghi isoscel unghiurile opuse laturilor congruente sunt congruente.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 2 ore**