



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2013



CLASA a XI-a

Problema 1.

- a) Să se arate că $\det(I_2 + AB) = \det(I_2 + BA)$, $\forall A, B \in M_2(\mathbb{C})$.
b) Fie $A \in M_2(\mathbb{C})$ astfel încât $A^{2013} = O_2$, demonstrați că $\det(I_2 + AXA) = 1$, $\forall X \in M_2(\mathbb{C})$.

Prof.Mihai Piticari

Problema 2.

Fie A,B,C trei matrice patraticice de ordin n cu elemente reale astfel incat $BA + BC + AC = I_n$ si $\det(A+B)=0$. Sa se arate ca:

$$\det(A + B + C - BAC) = 0.$$

G,M. 10/2012

Problema 3.

Fie sirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin

$$x_0 = a$$

$$x_{n+1} = x_n^2 - 3x_n + 4, \forall n \geq 0.$$

Studiati convergenta sirului in functie de $a \in \mathbb{R}$ si determinati limita sirului.

Manual Stănășilă

Problema 4.

Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definite prin

$$f(x) = \{x\} + \{2x\} + \dots + \{2013x\},$$

unde $\{a\}$ reprezinta partea fractionara a lui a.

Sa se determine supremumul functiei f .

Prof.Mihai Piticari

Subiect selectat de Inspector de specialitate, prof. Liviu Vlădescu

NOTA: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7.