



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală - 22 februarie 2019

Clasa a VI-a

1) Numerele naturale nenule a, b, c sunt direct proporționale cu numerele 2, 4 și 10.

a) Aflați numărul natural nenul n , știind că $\frac{c-b}{na}$ este număr prim.

b) Dacă $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{17}{140}$, determinați numerele a, b și c .

2) Aflați numerele naturale a și b pentru care $4 \cdot [a, b] + 7 \cdot (a, b) = 124$. Am notat $[a, b]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b și (a, b) cel mai mare divizor comun al numerelor a și b .

G.M. nr. 10/ 2018

3) Se consideră punctele A, O, B coliniare, în această ordine și unghiurile AOC și COD adiacente. Semidreapta OD este interioară unghiului COB . Se știe că $m(\angle COD) = 5 \cdot m(\angle AOC)$, $\frac{m(\angle COD)}{m(\angle DOB)} = \frac{5}{3}$, semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOD , iar F este un punct în interiorul unghiului COB astfel încât $m(\angle EOF) = 90^\circ$.

a) Aflați măsurile unghiurilor AOC, COD și BOD .

b) Arătați că semidreapta OF este bisectoarea unghiului DOB .

4) Se dă mulțimea $M = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, \dots, 2001\}$ și S o submulțime arbitrară a lui M astfel încât S are 203 elemente.

a) Să se arate că suma elementelor lui S nu este pătrat perfect.

b) Să se arate că există în S două elemente a căror sumă este egală cu 2012.

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.