

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE – clasa a XII-a

Subiectul	Rezolvare	Punctaj
1(7p)	Notăm cu I, J respectiv integralele din membrul stâng și din membrul drept $I - J = \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} (\sin^2 x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin x \cos^2 x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} (2 \sin^2 x -$ $-1 - \sin x \cos^2 x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} (-\cos 2x - \frac{1}{2} \cos x \sin 2x) dx =$ $= -\frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (2e^{\sin x} \cos 2x + e^{\sin x} \sin 2x) dx =$ $= -\frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} (\sin 2x)' + (e^{\sin x})' \sin 2x dx =$ $= -\frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} (e^{\sin x} \sin 2x)' dx = -\frac{1}{4} e^{\sin x} \sin 2x \Big _0^{\pi/2} = 0$ Deci I=J	1p 1p 1p 2p 1p 1p
2	a) Presupunem că f are primitive $\Rightarrow f$ are P.D. Fie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \underbrace{g(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x)}_{2014 \text{ de } f}$ $f(x) = f(y) \Rightarrow g(x) = g(y) \Rightarrow 2014^{-x} = 2014^{-y} \Rightarrow x = y \Rightarrow f$ injectivă. f are P.D. și f injectivă $\Rightarrow f$ strict monotonă $\Rightarrow$ $\Rightarrow f \circ f$ strict crescătoare $\Rightarrow g$ strict crescătoare (fals).	1p 1p 0,5p 0,5p
	b) $\int_0^{\pi/4} e^{nx} t g^n x dx = \frac{e^{nx}}{n} t g^n x \Big _0^{\pi/4} - \int_0^{\pi/4} \frac{e^{nx}}{n} n t g^{n-1} x (1 +$ $t g^2 x) dx \Rightarrow$ $\Rightarrow I_n = \frac{e^{\frac{n\pi}{4}}}{n} \Rightarrow$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} n(\sqrt[n^2]{n I_n} - 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} n(e^{\frac{\pi}{4n}} - 1) = \frac{\pi}{4}$	1p 2p 1p
3a	a) Definiția elementului neutru Verificare	0,5p 0,5p
3b	b) Parte stabilă	1p

	Asociativitate Comutativitate Element neutru Elemente simetrizabile	1p 0,5p 0,5p 1p
3c	c) Definiție Bijectivitate Morfism	0,5p 1p 0,5p
4	a) Fie $x = ba \rightarrow x^2 = (ba)(ba) = b(ab)a = 0$. Dar $x^2 = 0 \rightarrow x=0$, adică $ba = 0$. Fie $x \in A$ arbitrar; notând $y = axb \rightarrow y^2 = (axb)(axb) = (ax)(ba)(xb) = 0$, deci $y = 0$, adică $axb = 0$. b) Fie $x = bca \rightarrow x^2 = (bca)(bca) = (bc)(abc)a = 0 \rightarrow x = 0$, deci $bca = 0$. Din $b(ca)=0+(pct. a) \rightarrow (ca)b = 0$, adică $bac = 0$	2p 2p 2p 1p