

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ , CLASA a XI - a

22 FEBRUARIE 2014

SUBIECTUL I

Se considera matricea $A \in M_2(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Sa se calculeze A^n , $n \in \mathbb{N}^*$.
b) Sa se rezolve ecuatia $X^{2015} = A$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

SUBIECTUL II

Sa se calculeze:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + 9n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^3 - 9n^2 + 1} - 2n)$
b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot (\sqrt[3]{n^3 + 9n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^3 - 9n^2 + 1} - 2n)$

SUBIECTUL III

- a) Sa se gaseasca doua matrice patraticice de ordin doi cu elemente reale cu proprietatea ca $A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.
b) Sa se arate ca orice doua matrice patraticice de ordin doi cu elemente reale cu proprietatea $A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ nu comuta.

(GM 12/2013)

SUBIECTUL IV

Se considera sirul:

$(x_n)_{n \geq 1}$ de numere reale definit prin $x_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $x_{n+1} = \sqrt{\frac{1+x_n}{2}}$, $n \geq 1$. Sa se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n$.

(GM 12/2013)