

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală – Vaslui, 15 februarie 2015

Clasa a IX-a

Problema 1. Demonstrați, că pentru orice număr natural nenul n , are loc inegalitatea:

$$\frac{\sqrt{n+1}}{n+2} + \frac{\sqrt{n+2}}{n+3} + \dots + \frac{\sqrt{2n+2}}{2n+3} < \frac{1}{\sqrt{n+3}} + \frac{1}{\sqrt{n+4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+4}}.$$

Problema 2. Să se determine numerele iraționale x , cu proprietatea că numerele x^2+x și x^3+2x^2 sunt întregi.

Gazeta Matematică

Problema 3. Se notează cu O_1 și O_2 mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$ ale patrulaterului convex $ABCD$.

(i) Să se arate că $\overrightarrow{O_1O_2} = \frac{\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}}{2}$

(ii) Să se arate că dacă $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 3 \cdot \overrightarrow{O_1O_2}$, atunci $ABCD$ este paralelogram.

Problema 4. Să se determine numerele reale x , care verifică relația:

$$|[x-a]| + [|x-a|] = 1, \text{ unde } a \text{ este un parametru real.}$$

(S-a notat $[t]$ partea întreagă a numărului real t .)

Notă. Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.